



# II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



CIAEM  
CME  
desde - since 1961



## Un marco teórico para el análisis de las manifestaciones del contrato didáctico en el aula de matemáticas

Deissy Narváez Ortiz<sup>1</sup>

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

Colombia

dmnarvaez@gmail.com, dmnarvaezo@udistrital.edu.co

### Resumen

Se presenta una síntesis del estudio teórico que hace parte de una investigación en desarrollo sobre contrato didáctico y sus manifestaciones en el aula de matemáticas. El problema de investigación evidencia la escasa producción de datos empíricos que convaliden hipótesis sobre el poder explicativo que tiene el constructo “contrato didáctico” en situaciones reales de enseñanza-aprendizaje. La producción de estos datos requiere construir un marco teórico que posibilite observar y analizar la forma en que vive el contrato didáctico actualmente en las aulas. Por tanto, se identifican en la teoría dos herramientas clave, estas son: los efectos y las cláusulas. Presentamos aquí una caracterización de estas herramientas y su tipificación detallada como propuesta de marco para la observación de las relaciones contractuales que se establecen implícitamente en el aula.

**Palabras clave:** Contrato didáctico, efecto, cláusula, fenómenos de la didáctica.

### Aspectos Generales de la Investigación

El contexto del problema identificado tiene que ver con un clásico fenómeno escolar sobre el que Guy Brousseau llamó la atención desde los años 70; el fenómeno del “Fracaso Selectivo” en Matemáticas (se trara del “échec électif en mathématiques”, término acuñado por Guy Brousseau en francés). En 1978, él lo describió así: los alumnos con fracaso selectivo son aquellos “que tienen déficits en la adquisición de conocimientos, dificultades de aprendizaje o una pronunciada falta de inclinación en el dominio de las matemáticas pero que pueden trabajar de una manera adecuada con otras disciplinas” (Brousseau, 1978a, p. 172). Los hallazgos en el célebre “caso de Gaël” (Brousseau, 1978b; Brousseau & Perès, 1981; Brousseau & Warfield,

<sup>1</sup> Estudiante del Doctorado Interinstitucional en Educación (DIE-UD). Énfasis Educación Matemática. Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá-Colombia.

1999) evidenciaron que las causas que llevaban al alumno al fracaso electivo parecían residir en la relación del alumno con el saber y las situaciones de enseñanza y que no estarían exclusivamente ligadas a la incapacidad lógica, el desinterés o el pobre nivel de desarrollo cognitivo de los alumnos, como se consideraba en la época.

Este hallazgo no sólo posibilitó identificar fenómenos específicos de la didáctica de la matemática que suceden a menudo en las aulas y cuyo impacto en el aprendizaje puede ser muy negativo, sino que permitió concebir la idea de contrato didáctico (Brousseau, 1978a). En tanto esta idea se reveló útil y adecuada para explicar tales fenómenos identificados, el contrato didáctico se consolidó como un concepto original para el campo disciplinar naciente: la didáctica de la matemática. Una vez teorizado, el concepto fue rápidamente aceptado, tanto en el campo de la enseñanza de las matemáticas, como también en otras disciplinas, donde se introdujo con éxito (D'Amore, Fandiño, Marazzani & Sarrazy, 2010). La celebridad del concepto y la aparente simplicidad de su definición, ha generado durante estos 40 años el surgimiento de múltiples y diversas interpretaciones que hoy hacen parte de la literatura. Esta multiplicidad de usos e interpretaciones ha generado un amplio deslizamiento semántico del término. En consecuencia, hoy es un concepto que se ha debilitado y se encuentra ante la posibilidad de perder su significado original tan significativo y concreto, lo cual es problemático dado su carácter de concepto fundante de la disciplina.

Por otra parte, la escasa producción de datos empíricos que convaliden hipótesis sobre el poder explicativo que tiene el constructo en situaciones reales de enseñanza-aprendizaje, y la poca exploración sobre el valor heurístico que éste pueda tener para mejorar las prácticas de los profesores generan una situación problemática cuyo abordaje se considera necesario.

Para abordar la problemática se requiere empezar por hacer una revisión bibliográfica que permita caracterizar las herramientas teóricas que tenemos a disposición para observar cómo se manifiesta el contrato didáctico en las aulas de clase. Es por esto que el objetivo específico de la investigación abordado en esta ponencia es el de analizar las nociones de “efecto” y “cláusula” como herramientas de observación del contrato didáctico en el aula y caracterizar los casos reportados en la literatura, con el fin de establecer el tipo de información que aportan al estudio sobre cómo observar manifestaciones del contrato didáctico en las aulas reales.

Para dar una perspectiva general sobre la investigación veamos el propósito y aspectos metodológicos. El objetivo general es estudiar y describir el proceso de teorización de la idea de contrato didáctico, su relación con las diversas interpretaciones que surgieron alrededor de esta idea, e indagar nuevos ejemplos de la manifestación de efectos y cláusulas del contrato en el aula de clase. Metodológicamente se propone desarrollar la investigación en dos fases:

1) Un estudio histórico-crítico-analítico de la idea original de contrato didáctico y de los estudios reportados alrededor de este concepto. Los hallazgos en esta fase conducirán a la caracterización de dos herramientas: Los efectos y las cláusulas del contrato didáctico. Tales caracterizaciones aportarán al estudio de las manifestaciones del contrato didáctico en situaciones auténticas de aula y permitirán comprender el poder heurístico y explicativo de este concepto clave de la didáctica fundamental.

2) Un estudio de tipo cualitativo con enfoque etnográfico basado en la búsqueda de datos empíricos en aulas colombianas de distintos niveles escolares. En estas aulas rastrearé ejemplos de la ocurrencia de los efectos y la manifestación de comportamientos asociados a cláusulas del contrato didáctico mediante observación no-participante.

## Herramientas para analizar manifestaciones del contrato didáctico en el aula

### Definiciones sobre contrato didáctico

Veamos aquí dos apartes de escritos de Brousseau en los que se define esta idea. En ellos aparecen algunas categorías útiles para el estudio. Por ejemplo, hábito, obligación, implícito, interpretación, contenido, entre otras, como veremos:

En una situación de enseñanza, preparada y realizada por un docente, el estudiante tiene como tarea resolver el problema (matemático) que se le presenta, pero el acceso a esta tarea se hace por medio de una interpretación de las preguntas dadas, de la información proporcionada y de las obligaciones impuestas que son constantes del modo de enseñar del maestro. Estos hábitos específicos del maestro esperados por los estudiantes y los comportamientos del estudiante esperados por el docente constituyen el contrato didáctico. (Brousseau, 1980, p. 127).

Se entabla entonces una relación que determina –explícitamente, en una pequeña parte, pero sobretodo implícitamente– lo que cada participante, el enseñante y el enseñado, tiene la responsabilidad de producir y de lo que será de una u otra manera, responsable ante el otro. Ese sistema de obligaciones recíprocas se asemeja a un contrato. Lo que nos interesa aquí es el contrato didáctico, es decir la parte de ese contrato que es específica del contenido: el conocimiento matemático considerado (Brousseau, 1986, p. 299).

### Efectos y cláusulas del contrato didáctico

La revisión bibliográfica sobre contrato didáctico nos muestra dos herramientas clave para observar el contrato didáctico en el aula de matemáticas, estas son: los efectos y las cláusulas. Las tipificaciones de estas herramientas se han caracterizado, algunas con soporte en datos empíricos y otras tan sólo teóricamente (aunque tienen soporte en las observaciones realizadas por Brousseau de las prácticas de profesores durante años, las cuales no fueron necesariamente sistematizadas). Aunque no se ha definido de forma eficaz y unitaria lo que se entiende por efecto y por cláusula específicamente, los casos relativos tanto a efectos como a cláusulas que hoy conocemos, nos permite hacer una caracterización inicial.

La tipología de “efectos” fue introducida por Brousseau, y la tipología de cláusulas fue introducida por primera vez por Chevallard (1988) y profundizada por D’Amore y sus colaboradores en diversos estudios que mencionaremos más adelante. Los autores mencionados trabajaron ampliamente en el análisis de comportamientos de los estudiantes asociados a efectos y cláusulas del contrato. Sin embargo, se hace necesario caracterizar diferencias iniciales entre los significados que le atribuimos a una y otra herramienta, para distinguirlos y en adelante usarlos de manera diferenciada. De acuerdo con la revisión de estos estudios, propongo la siguiente caracterización.

**Efecto.** Un efecto del contrato didáctico se manifiesta en una situación de enseñanza-aprendizaje donde está presente el esquema ternario clásico, es decir, están presentes el profesor, el(los) alumno(s) y un Saber (D’Amore & Fandiño, 2002). Sobre este saber que está en juego, el profesor ya hizo la transposición didáctica, de manera que se ha constituido en un “saber por enseñar” (Chevallard, 1985). De base también está presente un esquema de adquisición del conocimiento que tiene el profesor que le crea expectativas sobre las respuestas que espera de sus estudiantes. En todos los casos tipificados como “efecto” por Brousseau, el profesor es el protagonista, de manera que el efecto recae en el rol que el profesor asume en situaciones en las

que quiere averiguar si el estudiante aprendió.

Cuando el profesor no recibe de parte de su(s) estudiante(s) la respuesta esperada, percibe algún fracaso de la situación de enseñanza-aprendizaje e intenta salvarla acudiendo a formas de proceder que parecen ayudarlo a tomar el control con éxito. En consecuencia, se induce al estudiante a la respuesta esperada, pero en ese esfuerzo de producirla, el aprendizaje ha desaparecido. Cuando estas formas de proceder se constituyen en hábito por parte del maestro, los estudiantes abandonarán su relación con el conocimiento y la construcción de sentido, para dedicarse a identificar o decodificar las expectativas del profesor.

**Cláusula.** Es una distinción solamente analítica que permite considerar las diferentes componentes de la relación contractual y analizarlas con el fin de explicar comportamientos de los estudiantes en relación con el saber matemático.

Una cláusula del contrato didáctico describe a aquel comportamiento del alumno que obedece a la decodificación de las formas de actuar de sus maestros y de sus expectativas sobre qué espera el profesor (el investigador o la institución) de su desempeño en tareas escolares, en nuestro caso en tareas matemáticas. Por tanto, las cláusulas se manifiestan en situaciones en las que no necesariamente está presente el maestro. En los ejemplos reportados, la manifestación de cláusulas no se suscribe solamente a una situación de enseñanza, estas pueden aparecer en distintos escenarios en los que el estudiante se enfrenta a una situación relativa al saber matemático escolar. Las prácticas de enseñanza repetitivas que el alumno ha tenido durante su escolaridad le han hecho construir imaginarios sobre lo que se espera de él y sobre lo que implica desarrollar una actividad matemática, por lo que el estudiante se ve obligado a actuar en función de tales imaginarios aún cuando éstos no le conduzcan a una respuesta lógica. D'Amore (1999/2006) muestra que las cláusulas no hacen parte del bagaje cultural de un niño, sino que son creadas poco a poco por los estudiantes sobre la base de recurrencias que encuentra a lo largo de su vida escolar. Aunque la mayor parte del tiempo estas cláusulas están totalmente implícitas, el alumno termina por creer que son obligatorias y esperadas por el maestro.

### **Tipos de efectos conocidos**

En la siguiente tipificación decidimos, intencionalmente, resaltar el origen de los nombres dados por Brousseau a los efectos, porque nos parece relevante en un estudio que pretende retomar las posturas clásicas de los años 70 y 80, las cuales no fueron nunca estudiadas crítica y empíricamente en realidad, sólo fueron aceptadas. Se trata de superar malos entendidos causados por interpretaciones posteriores diversas y distantes de la idea original de contrato didáctico.

**El Efecto Topaze.** Fue descrito por Brousseau (1986)<sup>2</sup> usando como contexto una escena de la comedia francesa *Topaze* del famoso escritor y director Marcel Pagnol. Tomando de D'Amore et al. (2010): “La comedia se hizo célebre en nuestro mundo [el de la didáctica] por el hecho de que Guy Brousseau, desde los años 60, ha señalado un modo de hacer típico de algunos profesores, que ha denominado ‘efecto Topaze’.” (p. 32)

El efecto se configura cuando el profesor percibe fracasos repetidos de su(s) alumno(s) ante una tarea propuesta, entonces, “No pudiendo aceptar muchos errores demasiado graves y no

---

<sup>2</sup> D'Amore et al (2010) advierten, aunque por lo general citamos a Brousseau (1986) para referirnos a la teorización de estos fenómenos, es necesario aclarar que desde los años 60 ya Brousseau hacía descripciones de este efecto.

pudiendo tampoco dar directamente la respuesta pedida, sugiere la respuesta disimulándola bajo códigos didácticos cada vez más transparentes.” (Brousseau, 1986, p. 289).

Algunos de los comportamientos que describen este efecto, según Brousseau (1986), podrían ser los siguientes: a) la respuesta que debe dar el alumno está determinada de antemano, b) el maestro elige las preguntas a las cuales puede darse esta respuesta, c) los conocimientos pretendidos desaparecen completamente, d) el profesor elige cada vez cuestiones más fáciles, con ellas trata de obtener el significado máximo para un máximo de alumnos, e) el profesor asume que podría continuar exigiendo la repetición de un regla después hacerla copiar un cierto número de veces. Para ver un amplio conjunto de ejemplos detallados el lector puede remitirse a D’Amore et al. (2010).

**El Efecto Jourdain o el Malentendido Fundamental.** La caracterización de este efecto fue también inspirada por la escena de una comedia francesa, esta vez “El Burgués Gentilhombre” de Molière. En esta obra, el burgués Monsieur Jourdain, quien es ignorante pero rico, aspira a tener un título de la nobleza; para ello contrata maestros que se encarguen de enseñarle todo lo que un noble debe saber. Sus maestros lo adulan constantemente con falsos cumplidos y a la vez lo ridiculizan. Entre ellos se encuentra un maestro de filosofía con quien aparece en la cuarta escena del segundo acto de esta obra. D’Amore et al. (2010, p. 54) explican este contexto: “Brousseau ha puesto de manifiesto un modo de comportamiento de los profesores debido a ciertas actitudes de Monsieur Jourdain y sus tutores, actitud que llamó ‘efecto Jourdain’.” En esta escena, el profesor, con la excusa de enseñarle los fundamentos de la lengua, le enseña la pronunciación de las vocales, de una forma más bien ridícula. Monsieur Jourdain, sin darse cuenta de la inutilidad de aquello, se siente satisfecho de sí mismo, al repetir hábilmente la técnica del filósofo. Se caracteriza por situaciones como la que describe Brousseau (1986) en la siguiente cita:

El profesor, para evitar el debate de conocimiento con el alumno y eventualmente la constatación de fracaso, admite reconocer el índice de un conocimiento erudito en el comportamiento o en las respuestas del alumno, aún cuando ellas estén de hecho motivadas por causas y significados banales. (p. 290)

**El efecto del deslizamiento metacognoscitivo o metacognitivo.** Brousseau (1986) lo describe como el fenómeno que ocurre cuando el profesor se encuentra ante una actividad de enseñanza que ha fracasado, pero él busca justificar lo sucedido tomando sus propias explicaciones y sus medios heurísticos como propósito de enseñanza, reemplazando así el conocimiento que pretendía construir por formas de proceder que él ha usado. Así el verdadero conocimiento matemático desaparece. De esta forma “el medio se convierte a su vez en objeto de enseñanza y se recarga de convenciones, de lenguajes específicos [...]. En este proceso, cuantos más comentarios y convenios produce la actividad de enseñanza, menos pueden los alumnos controlar las situaciones”. (Brousseau, 1986, p. 291)

Brousseau y D’Amore (2008) consideran que este efecto se manifiesta cuando, por ejemplo, “para realizar una tarea, un sujeto utiliza un medio que resulta insuficiente, se examina este medio para mejorarlo y convertirlo en un instrumento (p. 10). Casos como el exagerado énfasis en tareas de dibujar gráficos en el plano cartesiano, creyendo que con esto se está enseñando el significado del objeto función; o el desarrollo repetitivo de tareas que refuerzan el uso de la regla de tres, apoyado en la falsa creencia de estar construyendo con esto significados relativos a la proporcionalidad; son ejemplos clásicos de este efecto.

**El Efecto Dienes.** Este fenómeno lleva el nombre de Zoltan Dienes como resultado de una postura crítica de Brousseau frente a un movimiento de la época: el uso de “materiales estructurados”. Uno de estos instrumentos era el caso de los famosos bloques lógicos de Zoltan Dienes, en correspondencia con el auge de la “matemática moderna”, estos materiales se vendían como un medio efectivo para el aprendizaje y se confiaba en que los niños aprendían las estructuras lógicas y la teoría de conjuntos tan sólo manipulando los bloques, siguiendo instrucciones repetitivas. Al respecto Brousseau (2002, p. 36) escribió: “Todo el uso ‘servil’ de los materiales Dienes conduce al fracaso y a la decepción”, refiriéndose al tipo de contrato didáctico que se establece, dado que estos juegos:

Postulan que las reglas que se dan al estudiante (para jugar) son las mismas que deben aprender; ¡La estructura del juego y el conocimiento por enseñar son idénticos! Por lo tanto, para entender la regla, que es una condición para la acción, primero se requiere que el estudiante posea el conocimiento que estamos demandando enseñarle. Si el maestro primero enseña la regla, el juego entonces se transformaría en un ejercicio. Para evitar esto, trata de hacer que los estudiantes adivinen la regla, una actividad que no se teoriza en el proceso psicomatemático. (Brousseau, 2002, p. 36)

**El uso abusivo de la analogía.** En las situaciones de enseñanza, la utilización de la analogía es una práctica habitual. Ante la incomprensión de una situación, el profesor intentará siempre dar una nueva oportunidad de entender mediante ejemplos que él considere análogos. Pero son los alumnos quienes buscan los elementos análogos en una y otra situación con el fin de trasladar la forma de proceder en una a la otra. Brousseau (1986) muestra que esto no significa que las analogías planteadas sean siempre idóneas para la situación inicial. La mayoría de las veces los estudiantes no reconocen factores análogos, sino que han reconocido algunos indicios sobre la respuesta que el profesor quería que produjeran.

Los alumnos obtienen la solución por una lectura de las indicaciones didácticas y no por una implicación personal en el problema. Y tienen interés en ello porque después de varios fracasos con problemas parecidos, aunque no identificados ni reconocidos, el profesor se apoyará en estas analogías continuamente repetidas, para reprochar al alumno su insistencia en no dar la respuesta correcta. (Brousseau, 1986, p. 293)

**El Envejecimiento de las Situaciones de Enseñanza.** Este efecto sucede debido a que el profesor encuentra dificultades para reproducir la misma lección, aunque se trate de alumnos distintos. Brousseau (1986) observó que, para el profesor, la reproducción exacta de lo que ha dicho o hecho anteriormente no tiene el mismo efecto y que frecuentemente con cada reproducción de la misma situación, los resultados tienen a ser menos efectivos. Es así como empieza a cambiar elementos de su diseño: la formulación de su exposición o de sus instrucciones, de los ejemplos, de los ejercicios y si es posible de la estructura misma de la lección. En consecuencia, con el tiempo la situación se ha transformado en improductiva para el aprendizaje de los nuevos alumnos con quienes la aplica.

### **Tipos de cláusulas conocidas**

**Cláusula de la edad del capitán.** De acuerdo con ésta cláusula el estudiante se siente en la obligación de usar los datos numéricos presentes en el enunciado del problema para producir una respuesta numérica, aún cuando el enunciado del problema no tenga solución (Sarrazy,

1995). Chevallard (1988) muestra que el establecimiento de esta cláusula es tan fuerte que ante un enunciado que no tiene coherencia, los estudiantes intentan darle sentido en consideración con alguna intención didáctica del maestro; habrá algún caso para el que el enunciado tenga sentido, aunque de momento no lo parezca.

Ya D'Amore (1999) había considerado que, aunque en principio se acuñó a éste la expresión "Efecto edad del capitán", podría tratarse más bien de una cláusula. En concordancia con nuestra caracterización sobre cláusula y efecto; para este caso, los niños y el profesor no estaban en medio de una situación de enseñanza y tampoco había en juego un conocimiento específico por enseñar, sino que estaban siendo participantes de una investigación, y aunque su maestro no estaba presente, ni fue él quien les propuso la prueba, ellos actuaron bajo la obligatoriedad que les imponía una cláusula del contrato. Para los autores, la tipificación de este hecho en la categoría de "efecto" sigue siendo válida, pero se intenta una explicación de tipo contractual, es decir buscar una cláusula que esté obligando a los estudiantes a responder de forma inexplicable desde el ámbito cognitivo.

**Cláusula "un problema real es distinto de un problema escolar"** (D'Amore, 1999; Zan, 1991). Los alumnos que actúan bajo esta cláusula tienden a pensar que los problemas que deben resolver en el aula no son problemas reales, sino "artificiales, prefabricados, con todas sus características ya codificadas" (D'Amore, 1999, p. 119). Además, consideran que los problemas escolares se tipifican de acuerdo con las operaciones o el procedimiento que se debe utilizar para solucionarlo.

**Cláusula de Delegación Formal** (D'Amore & Martini, 1997). Cuando los estudiantes actúan bajo esta cláusula, consideran que resolver el problema escolar consiste en encontrar la operación que más se adapta. Una vez encuentran tal operación, el texto del problema se olvida y se delega a la operación aritmética todo el control. Así, el resultado de la operación se considera por tanto como la respuesta acertada, sin que esta sea sometida a un examen lógico, crítico o semántico con respecto al texto del problema.

Normalmente el éxito en la resolución de problemas coincide de hecho con la elección de la operación a realizar; por tanto, efectuada la traducción-formalización desde el texto escrito hasta la expresión aritmética resolutora, la tarea de carácter superior (lógico-estratégico) se ha terminado y se pasa a la fase meramente ejecutiva, de carácter inferior (algoritmico-ejecutivo). (D'Amore & Martini, 1997, p. 6)

**Cláusula de Exigencia de la Justificación Formal** (D'Amore & Sandri, 1998). Los autores evidenciaron esta cláusula con un caso sorprendente en el que una alumna soluciona un problema matemático por la vía intuitiva y lo hace bien, sólo que no lo considera suficiente. La estudiante entrevistada considera que no basta con una respuesta adecuada a la lógica de la situación puesto que la maestra, de seguro, está esperando que realice cálculos. En consecuencia la alumna realiza operaciones con las que obtiene una respuesta absurda, pero se convence así misma que es un proceso plausible. D'Amore (1999) lo explicó así: "dado que con éstos cálculos insensatos obtiene un resultado que contrasta con el dado en la forma intuitiva, a este punto prefiere violentar su propia intuición y aceptar que la obtuvo por la vía formal." (p. 128)

**Cláusula "Edad de la Tierra"**. Ferretti (2015) reportó esta cláusula, (aunque fue asociada a la tipología de efecto, nombrándolo "the age of the earth effect"). La Edad de la Tierra consiste en que, cuando se enfrentan a una tarea, los estudiantes parecen estar inclinados a no aceptar una respuesta que no es claramente reconocible como algo distinto de los datos de partida.

### Una breve conclusión

En consecuencia, podemos hacer uso de estas herramientas en procesos de investigación que conduzcan a analizar las relaciones contractuales que se establecen en las aulas de matemáticas. La idea es que, en el largo plazo, este conocimiento permita analizar no sólo aquellas prácticas que tienen efectos negativos en el aprendizaje, sino las buenas prácticas en las que la conciencia sobre la relación contractual sea usada por el profesor para controlar la incidencia de la autoridad en el aprendizaje, y se pueda atender y superar casos de “fracaso electivo”. Necesitamos identificar formas similares en que se manifiestan los efectos y las cláusulas del contrato en todos los niveles escolares, para que el profesor pueda identificarlos más fácilmente, y requerimos construir una teorización de las herramientas para observar manifestaciones del contrato didáctico en el aula. Estos desarrollos permitirán retroalimentar los procesos de formación de profesores, en el sentido de poder anticipar actuaciones, rupturas, modificaciones y demás acciones que nos ayuden a mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y a disminuir el impacto del “fracaso electivo” en matemáticas.

### Referencias y bibliografía

- Brousseau, G. (1978a). Etude de l'influence de l'interprétation des activités didactiques sur les échecs électifs de l'enfant en mathématiques. *Cahier de l'IREM de Bordeaux I*, 1(18), 170-181.
- Brousseau, G. (1978b). Monographie d'un enfant en difficulté l'enfant Gaël. Bordeaux, IREM. Université Bordeaux 1, Bourdeaux, France.
- Brousseau, G. (1980). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de laryngologie otologie rhinologie*, 3(4), 107-131.
- Brousseau, G., & Perès J. (1981). *Etude du'un enfant en difficulté en mathématiques: "Le cas de Gaël"*. Bordeaux: IREM de Bordeaux.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 2(7), 33-115.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970–1990* (Edited and translated by N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland, & V. Warfield). New York, USA: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G., & D'Amore, B. (2008). I tentativi di trasformare analisi di carattere meta in attività didattica. Dall'empirico al didattico. In: D'Amore, B., Sbaragli, F. (eds.) (2008). *Didattica della matematica e azioni d'aula*. Atti del XXII Convegno Nazionale: Incontri con la matematica. Castel San Pietro Terme, 7-9 novembre 2008. Bologna: Pitagora. 3-14.
- Brousseau, G., & Warfield, V. M. (1999). The case of Gaël. *The journal of mathematical behavior*, 18(1), 7-52.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1988). *Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de contrat et de situation*. Francia: Publications de l'IREM d'Aix-Marseille.
- D'Amore, B. (1999/2006). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna, Italia: Pitagora. (Primera edición en español: A. Balderas & M.I. Fandiño, 2006. *Didáctica de la matemática*). Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.
- D'Amore, B., Fandiño, M.I. (2002). Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”. *Educación Matemática (México DF, México)*. 14, 1, 48-61
- D'Amore, B., Fandiño, M.I., Marazzani, I., & Sarrazy, B. (2010). *Didattica della matematica Alcuni Effetti del «contrato»*. Bologna: Archetipolibri.
- D'Amore, B., & Martini, B. (1997). Contrato didáctico, modelos mentales y modelos intuitivos en la resolución de problemas escolares típicos. *Números*, (32), 26-42.



- D'Amore, B., & Sandri, P. (1998). Les réponses des élèves aux problèmes de type scolaire standard à une donnée manquante. *Scientia paedagogica experimentalis*, 35(1), 55-94.
- Ferretti, F. (2015). *L'effetto "età della Terra". Contratto didattico e principi regolativi dell'azione degli studenti in matematica*. [Dissertation thesis], Alma Mater Studiorum Università di Bologna, PhD in Mathematics.
- Sarrazy, B. (1995). Le contrat didactique. *Revue française de pédagogie*. 112, 85-118.
- Zan, R. (1991). I modelli concettuali di "problema" nei bambini della scuola elementare. L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate. In 3 parti: I: 1991, 14, 7, 659-677; II: 1991, 14, 9, 807-840; III: 1992, 15, 1, 39-53.