



# II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

[ii.cemacyc.org](http://ii.cemacyc.org)



CIAEM  
CME  
desde - since 1961



---

## Una propuesta de diseño de tareas que integra geogebra para la enseñanza de la función exponencial

Karen Gisel **Campo** Meneses

Universidad del Valle

Colombia

[karen.campo@correounivalle.edu.co](mailto:karen.campo@correounivalle.edu.co)

Gilbert Andres **Cruz** Rojas

Universidad del Valle

Colombia

[gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co](mailto:gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co)

Julieth Hermelinda **Meléndez** Vela

Universidad del Valle

Colombia

[julieth.melendez@correounivalle.edu.co](mailto:julieth.melendez@correounivalle.edu.co)

### Resumen

Este documento da cuenta de un estudio que permitió caracterizar la práctica de enseñanza de un profesor, a la luz de la teoría de la Orquestación Instrumental. En la práctica estudiada se implementa un diseño de tareas sobre la función exponencial integrando GeoGebra. Como metodología se utilizó el estudio de caso que permitió seleccionar un grupo de estudiantes y una docente para el desarrollo de la propuesta, la cual se configuró a partir de perspectivas teóricas como: didáctica, histórica, matemática y curricular. Con base a lo anterior se definieron unidades de análisis que orientaron la investigación. Uno de los resultados más importantes que arrojó el trabajo fue que las posibilidades de modificación del diseño en la puesta en acto están sujetas a sus intenciones didácticas y al contexto en el que va a ser implementado el diseño, siempre y cuando no se aleje de los objetivos de su configuración.

*Palabras clave:* Diseño de Tareas, Función Exponencial, GeoGebra, Práctica de Enseñanza y Orquestación Instrumental.

## Marco contextual y justificación

El concepto de función ha sido objeto de numerosas investigaciones en el campo de la Educación Matemática especialmente durante las últimas décadas. Estas investigaciones han sido impulsadas por la importancia de dicho concepto en la estructuración y desarrollo de un pensamiento lógico matemático y en ellas se han identificado serias dificultades en la comprensión del concepto de función por parte de los estudiantes debido a su complejidad. A pesar de ello, en relación a la función exponencial, los trabajos no han sido numerosos, lo que evidencia la importancia de continuar investigando en torno a este objeto en relación con su enseñanza y aprendizaje. Algunos de las investigaciones encontradas son la de Rizzo, K. (2014), cuyo objetivo estaba en implementar y analizar una secuencia didáctica para enseñar las funciones exponenciales y logarítmicas integrando tecnología. Y la de Bracho, L., Araujo, R., y González, J. (2014) donde citan a Fioriti para plantear que las dificultades en la enseñanza de las funciones reales respecto al punto de vista algebraico y estático, a la comprensión de los efectos geométricos que produce la variación de los parámetros asociados a la expresión algebraica, pueden ser minimizados con el uso de GeoGebra como herramienta mediadora para el tratamiento de estas transformaciones.

Las investigaciones mencionadas evidencian la importancia de indagar acerca de la enseñanza y aprendizaje del concepto de función exponencial involucrando Geogebra. Por un lado, porque la función exponencial, como lo menciona el Ministerio de Educación Nacional (1998), permite un estudio de variación que se puede establecer a partir de situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. Así también Azcárate, C. y Deulofeu, J. (citados por Cano, 2012) plantean que el concepto de función exponencial, es considerado base para la comprensión de conceptos matemáticos más avanzados, en especial en el campo del cálculo, lo cual permite tener un amplio conjunto de aplicaciones prácticas en diversos campos de la ciencia, especialmente en el de la física, en donde muchas de sus leyes pueden ser vistas como casos particulares de funciones.

Y por otro lado, porque el uso de Geogebra contribuye a la visualización; permite desarrollar gráficas de mayor complejidad de forma rápida y precisa; brinda la posibilidad de realizar múltiples variantes de un ejercicio, llevando al estudiante a realizar nuevas formulaciones y a cuestionar los resultados en todo el proceso; y finalmente potencia el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, ya que se espera que como resultado de la introducción del medio tecnológico se modifique la forma de enseñar el cálculo, pues la idea es que se pueda involucrar la mecánica de la manipulación algebraica basadas en la interacción y problemas reales. Sin embargo no basta con integrarlo en el aula sino de diseñar tareas que junto con la integración de GeoGebra permitan el desarrollo del pensamiento variacional cuando se aborda la función exponencial.

De ahí surgió la pregunta que orientó la investigación: ¿Qué características emergen en la práctica de enseñanza de un profesor cuando implementa un diseño de tareas que integra GeoGebra entorno a la función exponencial en grado noveno y que toma como referente la orquestación instrumental? Para la cual se propuso: determinar algunos fenómenos, pensamientos y procesos matemáticos asociados con la enseñanza y aprendizaje de la función exponencial, desde una perspectiva histórica, matemática, didáctica y curricular; configurar un diseño de tareas integrando GeoGebra para la enseñanza de la función exponencial a la luz de la orquestación instrumental y analizar el desarrollo del tipo de orquestación instrumental que surge en la implementación del diseño de tareas sobre la función exponencial.

## Marco Teórico

El marco didáctico, retoma los principios del Enfoque Instrumental, en el cual se asumió la Orquestación Instrumental como una teoría que guió la configuración del diseño de tareas, y que según Trouche (citado por Santacruz, 2011), permite orquestar la actividad del estudiante. En esta teoría el papel del profesor es central, en tanto que no basta con involucrar los artefactos al proceso educativo, sino que a través de la forma en que orquesta la clase debe propiciar que estos artefactos puedan llegar a constituirse como instrumentos en la actividad matemática.

Para lo anterior el profesor debe tener en cuenta los tres elementos propios de la Orquestación Instrumental: la configuración didáctica, la cual hace referencia a la configuración de la enseñanza y los objetos o artefactos involucrados en ella. En ésta se establece la teoría que fundamentará el diseño, se define el objeto matemático a trabajar, las tareas y las preguntas a proponer con sus respectivos objetivos de aprendizaje; se seleccionan los artefactos que van a ser empleados en el transcurso de las tareas y cómo se pretende que sean usados; se anticipan las acciones de los estudiantes y las interacciones entre ellos, con el docente y con los artefactos empleados; los modos de explotación, que se refieren a la forma en que el profesor explota la configuración didáctica con el fin de que se cumplan sus intenciones didácticas, por tanto en este elemento se abarca lo que sucede en la puesta en acto de lo que se estableció en un principio, donde el profesor hace lo posible para que se cumplan los objetivos propuestos en relación a cada tarea y a los artefactos utilizados y el funcionamiento didáctico que hace referencia a las decisiones que toma el profesor en el transcurso de la clase teniendo en mente que los dos elementos elegidos se ejecuten efectivamente, estas decisiones deben estar acordes a la teoría base y a los objetivos propuestos en la configuración didáctica, además debe privilegiar el desarrollo de las tareas por parte de los estudiantes y minimizar las dificultades que se presenten.

También es importante mencionar dos dimensiones en esta teoría en donde los elementos en mención desarrollan su actividad, la dimensión global que alude a las técnicas de enseñanza enmarcadas en el repertorio del profesor y la dimensión local que está direccionada al contexto didáctico que está adaptado al grupo de estudiantes con unos objetivos y unas intenciones didácticas específicas. En este desarrollo emergen seis tipos de orquestación instrumental, donde para efectos de la investigación se tuvo en cuenta la combinación de tres de estos: *Link-screen-board*, *Explain-the-screen* y *Spot-and-show*, planteados por Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K (2010), lo que concede en la clase un papel importante a estudiantes, ya que permite participar activamente y discutir entre pares y le exige al profesor acciones que permitan guiar a los estudiantes en la solución de tareas, pues tendrán acceso a las acciones y estrategias que realizan cuando abordan alguna tarea en el entorno tecnológico.

Por otra parte, los aspectos históricos relacionados con el concepto de función exponencial parten de reconocer la importancia de la historia en la enseñanza de las matemáticas, ya que la historia es fuente de artefactos que favorecen el conocimiento del profesor y por consiguiente su práctica Guacaneme (2011), además se debe tener conciencia que la historia de las matemáticas hace parte de las matemáticas. De esta manera, se propone que los docentes puedan hacer uso de la historia, y que la puedan emplear como herramienta para poder responder a preguntas planteadas por los estudiantes, sobre el por qué, cómo y para qué de los objetos. Por ello, el estudio contemplo cinco momentos: la función exponencial en relación con la aritmética y la geometría, en relación al trabajo con potencias, en relación al trabajo con exponentes y la noción de variable dependiente e independiente y algunos indicios de representaciones gráficas de la función y la consolidación del concepto de función exponencial, los cuales dieron lugar a lo que

hoy se conoce como función exponencial. En este momento se hizo una indagación desde una perspectiva matemática, que estuvo sujeta a la identificación de los conocimientos previos o necesarios para comprender el concepto y los conocimientos que surgen en el estudio de éste, como lo es: las operaciones con exponentes, el concepto de función, ideas de variación y cambio, operaciones (condiciones de la base y el exponente) y los usos de la función exponencial.

A demás de lo anterior, se realizó un estudio desde referentes curriculares los cuales, permitieron identificar directrices nacionales para la elaboración de propuestas para la enseñanza y aprendizaje de cualquier concepto matemático, en este caso la función exponencial, para lo anterior se analizan los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006). Los dos primeros ya que orientan en la determinación de cuáles deben ser los conocimientos, procesos y contextos, que deben ofrecerse a los estudiantes con el propósito de desarrollar pensamiento matemático. Es así que en el presente trabajo se toman como referentes para ubicar el diseño de tareas en un grado escolar y con fines específicos. En cuanto al tercero, se realiza crítica dado que no da cuenta de lo estipulado en los lineamientos en relación a los conocimientos, ni se abordan los estándares en su totalidad, pero se resalta la intención de contribuir a la planificación de actividades de enseñanza.

Las perspectivas de estudio mencionadas, se consideran necesarias para el estudio de propuestas que propendan por la integración de Tecnologías Digitales en el aula, en este sentido, Michael O. y Lin (2013), reconocen como conocimientos imprescindibles los pedagógicos, matemáticos, tecnológicos de la génesis instrumental, y las orientaciones personales. Por lo tanto los cuatro referentes teóricos mencionados se conjugaron para la elaboración del diseño de tareas, su implementación y análisis. Esto permitió la configuración del diseño que integro GeoGebra para la enseñanza de la función exponencial, definiendo la forma en cómo el docente guía a los estudiantes en la solución de la tarea en el entorno tecnológico y cómo potenciar el uso de este software para el aprendizaje del concepto en mención, lo que implicó tomar elementos que brinda la Orquestación Instrumental para la práctica de enseñanza y así definir el tipo de tarea que se propuso, en este caso, es en el que se va incrementando la complejidad según lo que plantea Margolinas (2013).

### **Metodología**

Esta investigación se centró en métodos cualitativos, que hacen referencia a la investigación que produce datos descriptivos, como las palabras emitidas por los participantes, ya sean escritas o habladas, la conducta observable, en pocas palabras en su modo de encarar el mundo. Este tipo de estudios, según L.A.C.E HUM 109 (1999) se encuentran referidos al análisis de lo personal, particular y único de un proceso, como lo es el estudio de caso, el cual permite llevar a cabo lo que se plantea en el presente trabajo, por lo cual se toma como estrategia metodológica.

En el desarrollo metodológico se estipularon cuatro fases de acuerdo a los objetivos planteados, las cuales se describen a continuación: la fase 1, fue la búsqueda de trabajos realizados en torno a la función exponencial y la fundamentación teórica del trabajo de grado; la fase 2, que es la elaboración del diseño de tareas, la fase 3, la implementación del diseño de tareas y la fase 4, el análisis de los resultados y algunas modificaciones.

El diseño de tareas se estructuró a partir de dos situaciones: encontrando un patrón para generalizarlo y explorando en mi entorno, estas fueron diseñadas teniendo en cuenta algunos

elementos desde las perspectivas de estudio mencionas.

La primera es la situación estuvo compuesta por dos tareas presentadas en un applet y se basa en el reconocimiento de patrones y su respectiva generalidad. Para ello se tomó una relación numérica entre una progresión aritmética y unas progresiones geométricas, encontrada en la historia por Stifel, con el objetivo de recrearla y acercar a los estudiantes al estudio de la función exponencial mediante el uso de exponentes enteros.

En relación con la segunda situación, se estructuró con cuatro tareas y se pretendía que los estudiantes lograran identificar que no todas las situaciones se modelan con funciones lineales o cuadráticas, sino que hay otras que se modelan con la función exponencial, especialmente aquellas que relacionan crecimiento o decrecimiento en poblaciones o en economía. Esta situación se compuso por dos applets: el primero consta de la tarea 1, en la que se le muestra al estudiante el comportamiento de una situación de la vida real, y le permite trabajar con el registro tabular y de lenguaje natural (al describir el comportamiento) y de la tarea 2, 3 y 4 en el segundo applet se le pedía al estudiante trabajar con los diferentes registros e ir conociendo el concepto de manera gradual.

Para este diseño se debe tener en cuenta que se involucraron los diferentes registros de representación de la función exponencial en relación con una situación específica, de igual forma las tareas planteadas fueron diseñadas de acuerdo a las fases de Mason (1985) con el fin de contribuir al desarrollo del pensamiento variacional. En este sentido, Rivera & Sánchez (2012) caracterizan las cuatro etapas de la siguiente forma: “Ver”, hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación, y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común. “Decir” ya sea a uno mismo o a alguien en particular, es un intento de articular en palabras, esto que se ha reconocido. “Registrar”, es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo los dibujos). “Probar la validez de las fórmulas”, para que una fórmula tenga validez debe probarse de diferentes formas. Pero también es importante que la regla sea correcta y, para eso, se necesita tener una noción de lo general, lo cual involucra la idea de cómo un ejemplo particular puede mostrar lo general.

En el diseño se elaboró una guía para el docente con la explicación de cada tarea propuesta, las intencionalidades, la organización de la clase, lo que se esperaba que el estudiante realizaría, algunas dificultades que podían surgir, las posibles intervenciones del profesor y las orientaciones para que el profesor llevará a cabo el diseño.

Para el análisis fue necesario dar sentido a todo el constructo teórico, para establecer una interpretación teórica a la realidad que refleja la implementación y a partir del análisis crear un diseño desde de la formulación teórica que subyace a la implementación, garantizando que los datos e interpretación en el análisis sean válidos y confiables, lo que implicó determinar un proceso de recolección de datos guiada por dichos referentes teóricos, proceso denominado, según Strauss, A. y Corbin, J. (2002), como muestreo teórico, el cual se realiza con el propósito de comparar la interpretación que se realiza a partir de la teoría y objetivos planteados con la realidad que subyace de la implementación a través de una recolección de datos en entornos y a personas que se consideran oportunos para su obtención.

Así, la implementación del diseño de tareas se llevó a cabo en una Institución Educativa Instituto Técnica, la cual es de carácter público y se encuentra ubicada en la zona urbana del municipio de Santander de Quilichao Cauca. Esta cuenta con dos salas de informática, donde una

de ellas fue empleada para la implementación de las tareas diseñadas. Así pues, se seleccionó un grupo de estudiantes de grado noveno y un profesor de matemáticas. Es de señalar que cada estudiante tenía un computador al igual que el profesor, con el objetivo de ver cómo se enfrenta cada estudiante a las tareas propuestas a través del medio tecnológico. Se realizó una implementación, para lo cual se empleó dos horas de clase que equivalen a 90 minutos.

Como instrumento para la recolección de información en la implementación, se elaboró una rejilla de análisis que permitió caracterizar la orquestación que se llevó a cabo en cada tarea del diseño de tareas. La rejilla fue conformada por unidades de análisis con el objetivo de exponer los interrogantes planteados para cada unidad de análisis a saber: configuración didáctica, modos de explotación y funcionamiento didáctico.

### **Resultados, Conclusiones y proyecciones**

En la implementación del diseño, los estudiantes lograron desarrollar las actividades propuestas sin mayor dificultad y así se potencio las herramientas de Geogebra involucradas en las tareas. Los estudiantes emplearon diferentes estrategias para responder las preguntas planteadas, donde las más utilizadas se relacionaban con: estructuras aditivas y multiplicativas. Esto se evidenció principalmente en los registros escritos. Aunque el trabajo fue individual y en algunos casos los estudiantes dialogaban con los compañeros, se observó que la docente estuvo acompañando el trabajo, dando pautas, resolviendo dudas y realizando preguntas a los estudiantes que les permitieron reflexionar sobre el proceso que estaban llevando a cabo. Esto posibilita una interacción a partir de las acciones entre los participantes, que tiene fundamento en el tipo de diseño configurado y su respectivo sustento teórico.

Para dar cuenta de las acciones de la docente en la implementación y lo ocurrido en el aula, es importante tener en cuenta que en la configuración establecida se contempló que las tareas propuestas debían ser entregadas en el applet y en físico a cada estudiante. Esto, para indicarles de manera explícita lo que debían realizar y de igual forma la profesora en una hoja adicional se le orientaba sobre consideraciones relacionadas con el diseño (teoría empleada, descripción y la intencionalidad en cada pregunta), lo cual posibilitaba que cada participante podía comprender su rol en el desarrollo de las tareas propuestas. De acuerdo a lo anterior, se esperaba que en algunos casos el estudiante estuviera al control de la tecnología y así la profesora podría intervenir cuando lo encontrara necesario; en otros casos la profesora tenía mayor participación en tanto que debía proporcionar espacio para la socialización. Esto reivindica el conocimiento que debe tener un docente sobre la configuración de un diseño para poder implementarse de manera correcta, pues se complementa con las orientaciones plasmadas sobre las intenciones didácticas y lo que se espera que ocurra en relación con los sujetos y herramientas involucradas.

En cuanto a los modos de explotación, se logró identificar que la docente dio instrucciones sobre cómo desarrollar las tareas y sobre el uso de herramientas de geogebra, a saber: botón reiniciar, botón para cambiar de presentación y botón para aparecer las preguntas. La explicación dada por la profesora se consideró importante porque permitió a cada estudiante ubicarse en relación con las preguntas y a las herramientas del software, contribuyendo a que no se desviarán del propósito de la tarea. Además la profesora dispuso de un tiempo para la exploración individual por parte de los estudiantes mientras acompañaba y finalmente genero un espacio para la socialización. Este tiempo fue necesario, ya que permitió a cada estudiante enfrentarse por sí solo a la situación, elaborando estrategias de solución con los conocimientos previos y las verificaciones del software.

En el funcionamiento didáctico, se evidenció que la docente tomó la decisión de asignar más tiempo para la exploración individual y generar la socialización de la tarea 1 antes de lo planteado en la configuración, lo cual permitió generalizar estrategias y debatir preguntas que causaron mayor dificultad o que las respuestas fueron diferentes. Estas decisiones estuvieron acorde a los objetivos planteados para cada tarea y permitió a los estudiantes validar información, reflexionar sobre las estrategias usadas, refutar y debatir ideas, entre otras cosas. En este momento se plantearon diferentes preguntas de manera particular para minimizar dificultades.

De acuerdo al análisis se determinó que el tipo de orquestación que se dio en la implementación fue la combinación de tres tipos: Link-screen-board, porque la profesora hacía hincapié en la relación de lo que sucede en GeoGebra y lo que tienen los estudiantes en el material físico, además se le daba uso al tablero, la hoja del estudiante y al computador en la socialización; Explain-the-screen, ya que la profesora tomaba como punto de partida para las tareas, la exploración individual de los estudiantes y daba indicaciones de lo que debían hacer y Spot-and-show, pues se disponía de un espacio para que algunos estudiantes expusieran sus razonamientos y se discutiera alrededor de los fenómenos más importantes que se hubiesen encontrado en la exploración.

Tomando como referente lo sucedido en la implementación y reconociendo el proceso realizado desde la fundamentación, se reconoce que diseñar en educación matemática, es un trabajo complejo que requiere de una indagación minuciosa de teorías que al articularse fundamenten el diseño y proporcionen elementos para su configuración, ya que se debe pensar en el tipo de preguntas, de tareas, su secuenciación, el uso de artefactos para desarrollar las tareas, las características del concepto matemático que se abordarán, entre otras cosas, que apunten al desarrollo del pensamiento matemático.

Por tanto, la fundamentación teórica del presente trabajo, que sustentó el diseño de tareas elaborado, permitió desde lo histórico, ubicar el concepto de función exponencial en un contexto histórico en el que se identificaron aportes desde el trabajo en aritmética y en geometría, como la idea de orden, el trabajo con números grandes, área y volumen, hasta el trabajo con exponentes arbitrarios y límites al infinito que dieron lugar al número  $e$  y a la función  $e^x$ , aportes con los que se consolida el concepto de función exponencial.

En cuanto a lo curricular, se posibilitó la ubicación, a partir de las políticas educativas nacionales, del concepto de función exponencial en un grado específico resaltando los procesos generales como la formulación, la modelación y la comunicación y el tipo de pensamiento que se potenciaba en el desarrollo de las tareas y cómo a través de cada interrogante los estudiantes pasaban por unas fases (fases de Mason) que daban cuenta del desarrollo del pensamiento variacional. El referente matemático proporcionó las características del concepto de función exponencial, resaltando algunos de los conocimientos matemáticos necesarios para su comprensión. Y el referente didáctico, aportó elementos de la orquestación instrumental en relación a la integración de GeoGebra en el diseño, el tipo de tareas que se consideraron y la orquestación del docente.

Finalmente, a partir del trabajo se dice que el diseño propuesto no es absoluto, pues se considera que puede ser modificado de acuerdo al contexto en el que se va a implementar y en relación con las decisiones del profesor. Además el proceso de diseño, implementación y análisis permitió plantear los siguientes interrogantes alrededor de algunos aspectos de los que se

considera importante hacer una reflexión con mayor profundidad: ¿Qué razonamientos surgen cuando el estudiante desarrolla las tareas propuestas en el diseño? ¿Cómo a través del enfoque instrumental se puede dar cuenta de la actividad del estudiante cuando resuelve el diseño de tareas propuesto? y ¿Qué caracteriza el estudio de la función exponencial recreando la historia mediante el diseño de tareas que integre GeoGebra?

### Referencias y bibliografía

- Bracho, L., Araujo, R., & González, J. (2014). Una perspectiva de análisis de las transformaciones geométricas en curvas de la función  $f(x) = e^{ax}$  utilizando GeoGebra. São Paulo: Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, 2(2),
- Cano, J. M. (2012). La definición del concepto de función bajo el enfoque de la enseñanza para la comprensión en estudiantes de grado 11 de una Institución educativa oficial de Medellín. (Tesis maestría). Universidad de Antioquia. Medellín. Colombia.
- Drijvers, P., Doorman, M., Boon, P., Reed, H., & Gravemeijer, K. (2010). The teacher and the tool: instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. *Educational Studies in mathematics*, 213-234. Doi: 10.1007/s10649-010-9254-5. (Traducción elaborada por Campo Karen y Meléndez Julieth)
- Guacaneme, E. (2011). La historia de las Matemáticas en la educación de un profesor: razones e intenciones. In Brasil: Memorias de la XIII Conferencia de Educación Matemática. Obtenido de [www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2029/submission/review/2029-5172-1-RV.pdf](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/files/conferences/1/schedConfs/1/papers/2029/submission/review/2029-5172-1-RV.pdf).
- L.A.C.E HUM 109. (1999). Introducción al estudio de caso. España: Universidad de Cádiz.
- Margolinas, C. (2013). *Task Design in Mathematics Education*. Oxford: ICMI.
- Mason, J. (1985). Rutas hacia el álgebra y Raíces del algebra. (C. Agudelo, Trad.)Tunja, Colombia. Tunja: UPTC.
- MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Michael O. T., & Lin, C. (2013). Designing Tasks for Use With Digital Technology. En C. Margolinas (Ed.), *Task Design in Mathematics Education* (Vol. I, págs. 111-121). Oxford.
- Rizzo, K. (2014). El desafío de enseñar Funciones Exponenciales y Logarítmicas con tecnología. Implementación del modelo 1 a 1. En: congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. [Online] Buenos Aires. Recuperado el 16 de Diciembre 2015, en: <http://www.oei.es/congreso2014/memoriacte/425.pdf>. Obtenido de En: congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación.
- Santacruz, M. (2011). Gestión didáctica del profesor y emergencia del arrastre exploratorio en un AGD: el caso de la rotación en educación primaria. Cali, Colombia: Universidad del valle.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). Base de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar teoría fundamentada. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Rivera, E., & Sánchez, L. (2012). Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: Generalización de patrones numéricos. Cali: Universidad del Vale, Instituto de Educación y Pedagogía, Área de Educación Matemática.