II CEMACYC
II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe
29 octubre al 1 noviembre. 2017
Cali, Colombia
REDUMATE ii.cemacyc.org

La comprensión de enunciados de problemas: el caso de la introducción de la representación numérica fraccionaria

Teresa **Pontón** Ladino
Departamento de ciencias básicas, Universidad Nacional de Colombia
Colombia, Sede Palmira
tpontonl@unal.edu.co

Resumen

Se propone el análisis de un campo de enunciados de problemas que introducen representaciones numéricas fraccionaria desde lo que implica su comprensión. Este análisis se sitúa en los registros semióticos, en especial, el papel que juega el registro semiótico de la lengua Natural (Duval, 1999, Pontón, 2012). A pesar que la enseñanza y aprendizaje de los números Racionales ha sido un tópico ampliamente estudiado, uno de los mayores problemas en la comprensión de enunciados de problemas es que muy pocos alumnos logran la coordinación entre los tratamientos numéricos fraccionarios o decimales con los tratamientos figurales, numéricos y los tratamientos de la lengua natural. El análisis aporta elementos semiótico-cognitivos, particularmente lingüísticos, anudados al registro de la lengua natural que inciden en la comprensión de los procesos de conversión de las representaciones semióticas ***(RS)*** producidas en la lengua natural (***RL)*** a un tratamiento no discursivo que involucre otros sistemas de representación.

Palabras clave: Semiótico-cognitivo y lingüístico, comprensión, Enunciados de problemas, Racionales, Registros de representación semiótica, Registro de la Lengua natural, Resolución de problemas y Transformaciones de representaciones semióticas.

Elementos teóricos necesarios para la comprensión de enunciados de problemas

La educación matemática, como actividad pedagógica y cognoscitiva, intencionada y consciente, debe dilucidar el impacto pedagógico del universo simbólico que se construye a través de los diversos sistemas de representaciones semióticas, entre ellas el registro de la lengua natural, en los contextos educativos. No basta con apropiarse de unos saberes y pretender "enunciarlos" o "comunicarlos" de manera ingenua a un grupo de aprendices, o pretender que se lea un texto por ejemplo un enunciado de un problema y se comprenda de manera "natural" lo leído, pasando por encima de las condiciones y reglas que, explícita o implícitamente, imponen los procesos propios del registro semiótico de la lengua natural.

La comprensión de los problemas no solamente depende de las reglas de la lengua, sino que también depende de la organización de los objetos y de la situación extra-matemática a la cual se refiere, al igual que del trasfondo y los conocimientos previos del lector del problema. Además, depende de la naturaleza de los objetos y de la naturaleza de los actos de habla que corresponden los enunciados; que se cuente con el conocimiento de las palabras empleadas y, más profundamente, de algunas de las operaciones discursivas que, en definitiva, ordenan el empleo y el sentido de las palabras en un enunciado, así como de la lógica inmersa en la pregunta que se formula y en la respuesta esperada por el autor del problema o por quien selecciona el problema del texto.

Todo el análisis de los problemas puede verificarse con el hecho de que muchos de los enunciados ponen en juego sólo variaciones estructurales de redacción, que de ninguna manera son variaciones cognitivas pertinentes (Duval, 2004, 2006b, Pontón, 2012). De esta manera se desconocen los dos niveles de variación de redacción de los enunciados de los problemas: el primer nivel concierne a la naturaleza del problema y el segundo nivel concierne al enunciado del problema, en el cual es necesario distinguir: el *texto propiamente dicho (donde se explicitan el contexto, los datos y las relaciones entre los datos)* y *la pregunta (directa, indirecta, explícita o implícita*, donde se pregunta por uno de los datos numéricos no dados por la descripción).

Figura 1. Elementos sobre la comprensión desde una mirada semiótico-cognitivo planteada por Duval (1999, 2004)

Duval (1995/1999, 2004) plantea desde su teoría semiótico-cognitiva que el encadenamiento de las frases debe ser conforme con los datos de una base de conocimientos que se presupone común al redactor o autor del texto y a sus lectores potenciales. Es decir, la coherencia de un texto no puede ser verificada sólo en el plano lingüístico sino en términos de lo que implica cognitiva y semióticamente. Se hace necesario, entonces, como lo muestra la figura 1, en los procesos de comprensión de los textos, reconocer, por un lado, la diversidad de los textos, dependiendo de la naturaleza y la variación de los modos de lectura, así como de las anotaciones o entradas propias del texto, debido a que estas variaciones caracterizan las exigencias de toda actividad autónoma de la lectura y, por otro lado, las construcciones de redacción del texto. La enseñanza de las estrategias de comprensión debe permitir enfrentar esta doble diferencia y ser un instrumento de análisis para distintas *démarches* de la enseñanza relativas a la comprensión de los textos (Duval, 1986, 1999, Pontón, 2012).

Se propone el análisis sobre la comprensión de los enunciados desde la construcción de una caja de herramienta (Pontón, 2012) con elementos teóricos tales como *la teoría semiótica-cognitiva de Duval* (*1981, 1986, 1999, 2004*), *la teoría de los actos lingüísticos y el Trasfondo de Searle (1969/1980, 1991), presuposición de Collingwood (1940/1969) y la lógica de preguntas desarrollada por Rescher (1984/1994), Collingwood (1940/1969) y Strawson (1970*), entre otros propios de la lengua natural. Estos elementos permiten detenerse o devolverse en diferentes marcas lingüísticas de los segmentos del enunciado que permiten o no cognitivamente que el estudiante "identifique de la información relevante" del enunciado en el RSR de la lengua natural y de esta manera se permita la descripción en un nivel de detalle de lo comprendido por parte del estudiante del enunciado frente a lo explicito e implícito en el enunciado, al trasfondo y las presuposiciones que están inmersos en el enunciado, a la fuerza y arrastre de los enunciados particulares de un campo de enunciado.

Estos elementos son los que permitirán que se dé la conversión de representaciones semióticas que aparecen en el enunciado del problema dado en el registro semiótico de la lengua natural en otras representaciones de otro registro semiótico (RS) que permitan nuevos tratamientos para la construcción de una solución (unos segmentos del enunciado puede que no se conviertan, otros segmentos sí se convierten a una representación semiótica de un registro icónico, o del registro numérico fraccional, o del registro gráfico bidimensional, etc.). En una conversión puede ser tan importante que se recurra a veces a una tercera representación en otro registro semiótico diferente al registro semiótico de partida, que servirá transitoriamente de representación intermediaria para explicitar cómo se hace la puesta en correspondencia entre el contenido de la representación de partida y aquel de la representación de llegada (Carpenter et al., 1980a, 1980b, 1981; Damm, R., 1992; Duval, 1994; Pontón 2012; Vergnaud, 1991).

Por lo tanto, el aprendizaje de las matemáticas pasa por *el aprendizaje consciente de la variedad* de sistemas semióticos de representación específicos de este campo de conocimiento y se establece a tenor de la coordinación entre estos sistemas, incluida la lengua natural. La perspectiva semiótica-cognitiva asumida para comprender y promover la formación de pensamiento matemático ha sido extraordinariamente fecunda, y se ha considerado en serie amplia de investigaciones nacionales e internacionales (Adjiage, 1999, Calderón, 2006, R. Damm, 1992, León, 2006, Pontón, 2008, 2012, entre otros), investigaciones que han promovido múltiples diseños de secuencias didácticas para distintos grados de la escolaridad con resultados interesantes y metodologías para el análisis de la actividad cognitiva en matemáticas.

La construcción inicial del sistema numérico de los Racionales

Específicamente con la introducción del *sistema de numeración fraccionario y decimal* en el nivel de Educación Básica (7 a 9 años), se coloca en relación diferentes significados y significaciones de las cantidades Racionales en diferentes contextos, que van configurando una estructura compleja que liga conceptos, situaciones, enunciados de problemas de naturaleza diversa tales como la multiplicación (medidas, isomorfismos, producto de medida, la división), la razón, la proporción, la función lineal, la función n-lineal, entre otras. Estas complejidades han sido formuladas por Adjiage (1999), Adjiage y Pluvinage (2007), Obando (2003), Pontón (2008, 2012), Romero (1992) en sus trabajos de investigación, argumentando que comúnmente se aplican de manera mecánica algoritmos en un discurso monorregistro, donde el alumno no se involucra en un proceso que le sea significativo, y no logra comprender, evaluar, cuestionar o sustentar sus respuestas a la luz de las relaciones matemáticas y no matemáticas de la situación planteada. Principalmente, el taller tiene la intención de reflexionar sobre lo que implica la comprensión de los enunciados de problemas que involucran cantidades (en diferentes representaciones especialmente numérica fraccionaria) y contextos, relaciones, propias de los números Racionales Damm, 1992, Duval, 1986, Pontón, 2012). Problema que se centra en las posibles transformaciones entre representaciones semióticas de diferentes registros de representación partiendo de la lengua natural.

El sistema numérico de los Racionales puede utilizar, entre otros, el sistema de numeración o registro semiótico de numeración fraccional usual y el sistema de numeración decimal (entre tras representaciones), ver *tabla 1*, el sistema numérico de los racionales positivos $\boldsymbol{Q}^{+}$ que es el que se involucra en los enunciados propuestos en la básica primaria.

Tabla 1.

Sistemas de numeración de los racionales

Sistemas de numeración de los racionales	
Sistema de numeración fraccionario	**Sistema de numeración decimal**
La representación semiótica que se suele llamar “fracción” o “expresión numérica fraccionaria” está conformada por parejas de numerales para números enteros positivos, incluyendo ***un separador*** (barra inclinada o barra horizontal): ***numerador/denominador:*** “***a/b***”, siendo el denominador distinto de cero ***(b≠0). Ejemplo: 3/4.*** El registro semiótico que produce estas representaciones semióticas, como fracciones o representaciones numéricas fraccionarias, permite diferentes tratamientos para las operaciones de suma (resta), multiplicación (división o multiplicación por el inverso multiplicativo), así como la simplificación y la amplificación (o complificación).	El registro semiótico o sistema de numeración decimal se ha extendido de los sistemas numéricos de los *naturales y enteros en base diez* al sistema numérico de los racionales, incluyendo ***un separador*** (coma o punto) y cifras que corresponden a potencias negativas de diez. La representación semiótica de este sistema se designa como “expresión decimal” o sólo como “decimal” (con o sin coma). ***Ejemplo: 0,75.*** Los tratamientos que permite este registro semiótico están determinados por la organización posicional de sus cifras, así como por la descomposición o composición aditiva y multiplicativa de sus unidades o subunidades, de acuerdo a la base del sistema de numeración, que en este caso es diez.

Elementos lingüísticos y matemáticos que definen el campo de enunciados en la construcción inicial de los racionales

Los enunciados que conforman el campo de problemas que se llevan al aula, usualmente son diseñados por los autores de textos escolares para un propósito curricular: *la construcción inicial de significados en el sistema de numeración Racional (S)*, al menos el registro semiótico fraccional de la lengua natural usual con barra inclinada u horizontal como separador. Los elementos matemáticos que conforman el campo de conocimientos ***S***, en el cual se construyen las relaciones matemáticas involucradas en los enunciados de problemas, son elementos que inciden en la tarea de selección y organización de lo aseverado, y en la lógica que rige lo aseverado con lo pedido en las preguntas de los segmentos directivos y con las respuestas esperadas por los autores (Pontón, 2012).

Un enunciado del problema dado en lengua natural, se construye por parte de sus autores bajo ciertos presupuestos; uno de ellos es que su enunciatario-lector tenga alguna base de conocimientos previos o algún acercamiento a las representaciones semióticas de la lengua natural o registros numéricos, que le permitan identificar las referencias y los predicados que constituyen dicho enunciado. Es decir, presupone algún acercamiento por parte de los lectores, los estudiantes y maestros, que les permita discriminar y relacionar representaciones como: "*n partes iguales*", "$\frac{1}{6}$", "$\frac{1}{9}$", "*sextos*", "*la fracción…", "la razón", "¿cuántas partes del grupo n corresponden a…?", "¿qué fracción del total…?*", "*¿qué parte…?*", *"qué parte… con respecto a (en relación con)… es…", "qué parte de… es si…", "qué parte… en términos de…", "qué parte de…", "qué fracción del… es...", "cuántos… tengo del total"*, entre otras. Las relaciones fraccionarias se involucran de diferentes formas y se expresan con diversas marcas lingüísticas y la estructura lógica tiene uno o varios lugares vacíos, de acuerdo a la relación con la pregunta y con la respuesta esperada. El contar con conocimientos previos puede permitir que los distintos segmentos conformen un enunciado global con sentido para el lector; es decir, que se integren en una unidad total y no sean informaciones "sueltas", sin algún significado para el lector; de manera que éste pueda establecer alguna relación entre lo aseverado y la pregunta formulada en el contexto extra-matemático en el que se plantea el enunciado.

Relaciones y situaciones matemáticas en el campo de enunciados

Los tipos de situaciones que involucran la noción de número racional desde la medición implican las relaciones parte-todo, o parte-parte, o la aplicación de un operador. Las relaciones parte-todo y parte-parte determinan la existencia de una cantidad que se establece a partir de una relación cuantitativa entre el todo, aquella cantidad tomada como unidad, y la parte, cantidad tomada como la sub-unidad que surge de la partición, garantizando que cada una de las partes tengan la misma longitud, o la misma área, o el mismo volumen, etc.). El operador se aplica a una cantidad tomada como unidad en un estado inicial y esta cantidad se transforma a un estado final (se amplía o se reduce). Las relaciones *parte-todo y parte-parte,* así como los *operadores,* involucran un tratamiento con respecto a la unidad que ha de ser utilizada y al tipo de magnitud.

Se identifican, en general, en el campo de enunciados de problemas que introducen expresiones numéricas fraccionarias (en lengua natural o en un registro numérico) por ejemplo algunas de las siguientes situaciones detalladas en la tabla 2.

Tabla 2.
Algunas de las situaciones involucradas en el campo de enunciados de problemas

SR: situación de reiteración (repetición)	***SP: situación de partición***
Se presenta cuando una cantidad de magnitud menor se toma como referencia para cuantificar una cantidad de magnitud mayor. Si b se repite en a, entonces existe $n \in N$ tal que: $a = \underbrace{b+b+\ldots+b}_{n\ veces}$ entonces $a = n \cdot b \Leftrightarrow b = \frac{1}{n} \cdot a$	Cuando una cantidad de magnitud se "parte" en cantidades de igual tamaño. Si a se parte tomando como patrón de medida b entonces existe $n \in N$ tal que: $a = \underbrace{b+b+\ldots+b}_{n\ veces}$ entonces $a = n \cdot b \Leftrightarrow b = \frac{1}{n} \cdot a$
SRp: situación de repartición	***SAR: situación de ampliación o reducción***
Se presenta cuando una cantidad de magnitud es repartida en un cierto número de partes iguales. Si a se debe repartir de manera equitativa, tomando como unidad a b, entonces existe $n \in N$ tal que: $a = \underbrace{b+b+\ldots+b}_{n\ partes}$ entonces	Aplicando un operador se pasa de un estado inicial a un estado final (ampliado o reducido). La comparación de las respectivas cantidades de magnitud del estado inicial y el estado final se puede expresar a través de un número racional, el cual expresa el operador que amplía o reduce. Dada a una cantidad de magnitud (una

$a = nb = \frac{1}{n}a + \frac{1}{n}a + ... + \frac{1}{n}a = \underbrace{\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + ... + \frac{1}{n}\right)}_{n\ veces}a \quad siendo\ \frac{1}{n}a = b$	representación discreta de la unidad en un número), entonces: $\frac{m}{n}(a) = m \cdot \left(\frac{1}{n} \cdot (a)\right) = \frac{1}{n}(m \cdot a)$

La naturaleza de las unidades involucradas (simple o compuesta) y del tipo de cantidad de magnitud (continuas o discretas) sobre el cual se establece la comparación inciden en los posibles significados y relaciones que se pueden presentar de acuerdo al contexto extra-matemático.

Las situaciones que aparecen en este campo de enunciados de problemas seleccionado involucran en su mayoría la comparación de dos cantidades de una misma magnitud (dos cantidades homogéneas). Hace parte de estas situaciones la aplicación de un operador que agranda o achica (amplía o reduce) una cantidad tomada como unidad, u otra cantidad conmensurable con la unidad seleccionada, para convertirla en otra y permitir comparaciones o combinaciones operatorias con otras cantidades. Así, como es posible encontrar una variedad de relaciones entre los datos que aparecen explícitos o a los datos que se pueden inferir de los datos mencionados en los diferentes actos de habla, algunas de las cuales se sintetizan en la *tabla 3*. Los enunciados de los problemas tienen marcas lingüísticas que evidencian dichas relaciones matemáticas (*parte-todo*, *parte-parte*, de *medida relativa*, o de *operador*). En algunos enunciados de problemas, estas marcas pueden ser explícitas y, en otros casos, estas relaciones quedan sólo implícitas en las representaciones numéricas del tipo "*a/b*".

Tabla 3

Posibles relaciones establecidas en el campo de enunciados de problemas

Relaciones	***Descripción de la relación***	***Ejemplo***
Relaciones no matemáticas	Relaciones que se pueden establecer de acuerdo a las características de los objetos mencionados o a las acciones que se puedan realizar en los registros semióticos involucrados, o relaciones que se establecen a partir de la información dada en el contexto extra-matemático, las cuales los estudiantes pueden interpretar desde sus *trasfondos*.	**Enunciado 2 (libros):** La tercera parte de mis libros son de literatura infantil; tengo 17 libros para niños y niñas. ¿Saben cuántos libros tengo en total? La relación entre dos formas de referenciar a una misma categoría de libros.
Relaciones de orden	Se establecen relaciones entre las cantidades mencionadas (provenientes de magnitudes iguales o diferentes) Entre las relaciones que se espera establecer se pueden destacar las siguientes: de acuerdo a los tamaños de las partes se pueden identificar las cantidades que son más grandes o más pequeñas y con cuál subdivisión se puede establecer una relación de "estar contenido" o multiplicidad para derivar la relación fraccionaria; se generan así tratamientos en los registros semióticos figurales o geométricos, como la superposición de figuras (por ejemplo, tomando una figura como subfigura de un todo), con base en el principio que plantea la noción común 8 del libro I de Euclides: el todo es mayor que cada una de las partes.	**Enunciado 1 (chocolatina):** De una chocolatina *dividida en sextos,* Oscar comió *más de* $\frac{1}{3}$ y *menos de* $\frac{2}{3}$. *¿Qué parte* de la chocolatina comió Oscar si los pedazos sobrantes quedaron completos?
Relación de igualdad	El enunciado puede establecer la igualdad entre las cantidades expresadas en el enunciado o buscar una expresión equivalente a la cantidad dada en términos de otra unidad o de otra variante, como la distinción entre "fracciones" y "numerales mixtos para los fraccionarios mayores que uno" en el ***enunciado 5 (abuela)***.	***Enunciado 5 (abuela):*** Para llegar a la casa de su abuela, Jorge *tardó 75 minutos*. *¿Qué tiempo, en horas* empleó Jorge en llegar a la casa de su abuela? Expréselo como número mixto**.**
Relaciones parte-todo o parte-parte	El enunciado puede establecer relaciones entre las partes y el todo, o relaciones entre dos partes del todo. En el ***enunciado 2 (salario)*** se establece una relación de la "parte del salario" pagada a la debida.	***Enunciado 2 (salario):*** Un obrero cobra $54000 por su trabajo. Le pagan por adelantado $\frac{3}{9}$ *del total. ¿Cuánto dinero le deben*?
	Esta relación puede surgir de los procesos aditivos entre las partes de un	***Enunciado 8 (ajedrez):*** El ajedrez se

Relaciones aditivas	todo y, en particular, entre las partes de una figura. A las partes de una figura (subfiguras) se aplican procesos de reconfiguración y yuxtaposición, que el autor supone van a ser aplicados a las figuras y subfiguras que presenta el enunciado como registro auxiliar. Se generan relaciones aditivas entre las partes (que pueden ser expresadas en un registro de numeración fraccional). Esta relación se aplica a las subfiguras de tal manera que se obtiene una nueva construcción expresada en una nueva expresión numérica.	juega sobre un tablero que tiene 64 casillas de colores blanco y negro. Los jugadores disponen 16 piezas blancas y 16 piezas negras al iniciar el juego. Observa el tablero. Luego, *¿Qué fracción total de las casillas son ocupadas por las fichas?* (El enunciado tiene un registro semiótico icónico de fondo cuadriculado que simula un tablero del ajedrez).

Se pueden establecer tres fases, que se pueden observar en la figura 4, en el proceso de comprensión de los enunciados de problemas que conforman el campo de enunciados (Pontón, 2012). ***1ª Fase:*** se requiere tratamientos en el registro semiótico de la lengua natural ***(T_1: Rx (RL) → Rx (RL)),*** que permita el ***reconocimiento de las marcas lingüísticas*** o que se deben inferir en el enunciado, analizar las relaciones que se pueden establecer entre las informaciones dadas, identificar las cantidades involucradas y la relación con la información solicitada en la pregunta. ***2ª Fase***: A partir de la organización, selección, visualización y razonamiento sobre los datos pertinentes en el registro semiótico, en esta etapa se debe hacer ***una conversión C_1: Rx (RL)→ Rx (RN)*** de representaciones semióticas que aparecen en alguno de los segmentos o, en la articulación de varios segmentos del enunciado dado en el registro semiótico de la lengua natural en otras representaciones ***producidas en un registro semiótico numérico*** que permitan nuevos tratamientos numéricos al involucrar la expresión que corresponde al dato faltante, para la construcción de una solución. ***3ª Fase:*** Se efectúa el tratamiento de la representación producida en el registro semiótico numérico ***(T_2: Rx (RN)→ Rx (RN))*** el cual permitirá regresar al enunciado dado en lengua natural para razonar sobre la validez del resultado obtenido frente a la pregunta planteada, lo que implica la conversión de representaciones semióticas que surgen de los tratamientos efectuados a representación en el registro semiótico numérico a otras representaciones del registro de la lengua natural que permitan analizar la solución desde la pregunta formulada en el enunciado ***(C_3: Rx (RN)→ Rx (RL)).***

A manera de conclusión

Se debe entender que el papel de la enseñanza de la lengua natural en la didáctica de las matemáticas es contribuir a desarrollar competencias de orden semiótico-cognitivo, particularmente lingüísticos, que le permitan al estudiante comprender un texto matemático (enunciado de un problema, definiciones, ejemplos, una demostración, etc.), para poder proyectar una organización semántica y textual de ese conocimiento, y ser capaz de describir y argumentar sus démarches frente a una situación matemática; pero esto sólo se logra en coordinación con otros registros semióticos.

La investigación de Pontón (2012) reveló que la solución de los *problemas de matematización* llevados al aula de clases, depende completamente de la comprensión del enunciado producido en el registro de la ***RL*** que permita una ***tarea de conversión***, asunto que ***no es nada espontáneo***. Y es la razón para considerar el lugar privilegiado de la relación necesaria de las matemáticas y el lenguaje. Esto implica poder reconocer el problema didáctico que se genera en los procesos de comprensión de los textos de los enunciados de problemas desde elementos cognitivo-semióticos, particularmente lingüísticos.

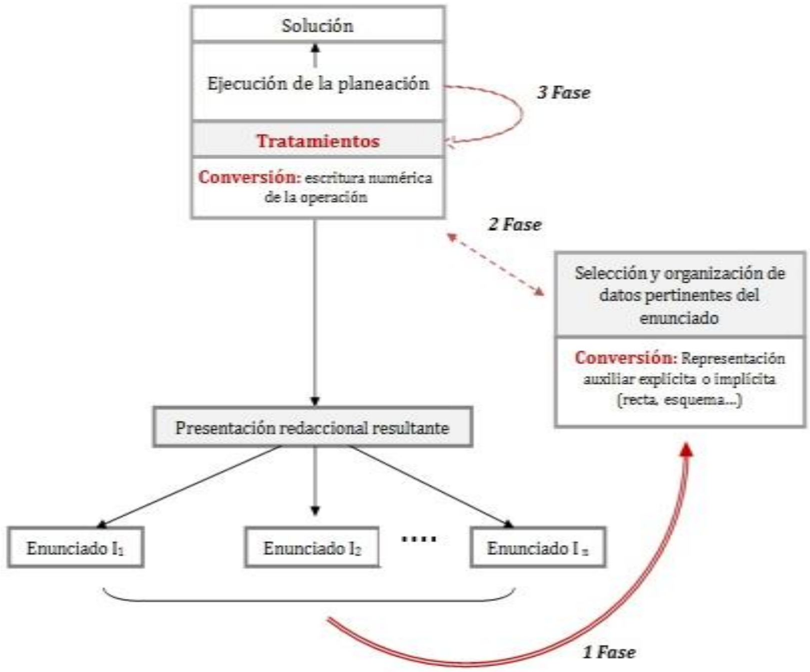

Figura 4. Síntesis de las fases en la comprensión y resolución de problemas

Es decir, debe ser objeto de enseñanza los procesos de *conversión,* la cual es una transformación que se le hace a un segmento específico del enunciado que se identifique como representación semiótica dada en el RL en otra RS de otro registro. La conversión no se le hace al enunciado total (sino sólo a unos pocos segmentos de él o a la articulación de varios), ni el enunciado se convierte en otro registro (unos segmentos del enunciado de problema no se convierten, otros segmentos sí se convierten a un registro icónico, otros al registro numérico fraccionario, otros al gráfico bidimensional, etc.). En un enunciado de problema se presenta una propuesta o insinuación de posibles tratamientos en el registro semiótico de representación de la lengua natural, considerando el tratamiento como unas transformaciones internas de una RS de un registro semiótico en otra del mismo registro. No se hace propiamente un tratamiento en el registro de la ***RL***, ni tampoco se hace ningún tratamiento numérico, sino que, en las relaciones entre las informaciones dadas, y en las relaciones en lo aseverado y lo preguntado, se insinúa una conversión a otro RSR (puede ser al fraccional o decimal o figural o geométrico) que permita un tratamiento numérico.

En el campo de enunciados de problemas producidos en el registro semiótico de la lengua natural ***RL,*** hay variedad de relaciones que introducen la representación semiótica fraccionaria, pero la comprensión de estas relaciones debe ser construida en la escolaridad con el acercamiento a estos campos de problemas. Se requiere un tiempo en la escolaridad para que los estudiantes aprendan los distintos tipos de transformaciones de RS producidas en el registro figural o geométrico y RS producidas por RSR de la ***LN,*** así como para tomar conciencia de la necesidad de hacerlos explícitos. Debe ser un objeto de enseñanza en la escolaridad la correspondencia de representaciones dadas en segmentos del enunciado dado en el registro de la lengua natural y el registro semiótico numérico fraccionario en situaciones extra-matemáticas.

Los datos obtenidos en el análisis, de los enunciados y de la interpretación de los mismos, respaldan la profunda influencia que las características lingüísticas de los enunciados de problemas tienen sobre los procesos de comprensión de dichos enunciados. Además, respaldan la necesidad de incrementar el dominio de la lengua natural, es decir, de la enseñanza intencional del registro ***RL,*** como condición necesaria para encontrar posibles tratamientos numéricos que logren instanciar las relaciones matemáticas dadas entre las informaciones aseveradas y la pregunta formulada.

Referencias y bibliografía

Adjiage, R. (2005). Diversité et invariants des problèmes mettant en jeu des rapports, *Annales de Didactique et de Sciencies Cognitives*, IREM de Strasbourg, *10*, 95–129.

Adjiage, R., & Pluvinage, F. (2007). An experiment in teaching ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics, 65*(2), 58-175.

Collingwood, R. G. (1969). *Autobiografía.* (pp.37-50). México, D. F.: FCE. (Obra original publicada en inglés, Oxford: Clarendon Press, *An essay on metaphysics.* Oxford: Clarendon Press 1940).

Damm, W. L., & Dupuis, C. (1992). Les problèmes de mélange. *Activités Mathématiques*, *18*, 1-12.

Duval, R. (1981). *Pour une description quantitative des caractéristiques rédactionnelles d'un texte.* Strasbourg: IREM.

Duval, R. (1986). *Lecture et compréhension des textes: modèles théoriques et exigences didactiques*. Strasbourg: IREM.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (M. Vega, Trad.). Cali: Universidad del Valle. (Obra original publicada en francés: S*émiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.* Bern: Peter Lang/Éditions Scientifiques Européennes, 1995).

Gómez, A. (1988). *Filosofía analítica y lenguaje cotidiano. Introducción a la filosofía del lenguaje de J. L. Austin y sus desarrollos posteriores*. Biblioteca colombiana de filosofía. Bogotá: Universidad de Santo Tomás.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Obando, G. (2003). *La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo. EMA, 8* (2), 157-182.

Pontón, T. (2008). *Una propuesta multirregistro para la conceptualización inicial de las fracciones*. Tesis de Maestría. Cali: Universidad del Valle.

Pontón, T. (2012). *La comprensión de problemas en la enseñanza y aprendizaje inicial de los NúmerosRacionales.* Cali: Tesis Doctoral, Universidad del Valle.

Rescher, N. (1994). *Los límites de la ciencia. Dinámica de las preguntas y problemas del acabamiento científico* (1 edición 1984). Madrid: Tecnos.

Romero, J. (1992). La enseñanza de los fraccionarios. Una opción. *Planteamientos en Educación 1*(3), 95-107. Bogotá: Universidad Distrital.

Searle, J. (1980). *Actos de Habla. Ensayo de filosofía del lenguaje* (3a. edición). Madrid: Ed. Cátedra. (Original publicado en 1969).

Strawson, P. F. (1971). On Referring. *Logico-Linguistic Papers* (pp. 1-27). London: Methuen.