



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



Capacidad de estimación numérica de estudiantes de nivel elemental

Angy Coronel Suárez

Departamento de Estudios Graduados, Facultad de Educación de la Universidad de Puerto Rico
Río Piedras, Puerto Rico

angy.coronel@upr.edu

Jorge López Fernández

Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Puerto Rico
Río Piedras, Puerto Rico

jorgemar.lopez@gmail.com

Omar Hernández Rodríguez

Departamento de Estudios Graduados, Facultad de Educación de la Universidad de Puerto Rico
Río Piedras, Puerto Rico

omar.hernandez4@upr.edu

Resumen

La estimación en matemáticas tiene múltiples facetas, aunque a nivel escolar se le ha dado importancia principalmente a las dimensiones de cálculos aritméticos, de medidas y de numerosidad. Con esta investigación se pretende precisar los elementos cognitivos que pueden contribuir al proceso de estimación de numerosidad de los estudiantes de una escuela de nivel elemental de Puerto Rico. Se reporta cómo se va refinando la capacidad de estimar numerosidad a medida que aumenta la edad, los patrones que reconocen con mayor facilidad y el uso de estrategias de estimación. Además, se describe la capacidad de los estudiantes para ubicar números en la recta numérica. Los resultados se presentan agrupados para los estudiantes de los grados primero a tercero y cuarto a sexto.

Palabras clave: Estimación, numerosidad, estrategias de estimación, sentido numérico, recta numérica.

Introducción

Algunos investigadores han evidenciado que la estimación de numerosidad de cantidades pequeñas se da en niños, en ambientes naturales, a edades tan tempranas como a los dos años o

aún menos (Clements & Sarama, 2007). Esto lleva a pensar que la estimación es una capacidad innata que se va desarrollando poco a poco con las experiencias cotidianas. Por nuestra parte, consideramos que la estimación se compone de unos procesos que se pueden y se deben potenciar en las actividades escolares. Sin embargo, aún hay aspectos que no están claramente descritos en la literatura profesional, especialmente en el caso de los estudiantes puertorriqueños. Esta investigación tuvo como propósito determinar la forma como los estudiantes de escuela elemental hacen estimados de numerosidad.

Revisión de literatura

Antes de 1980 sólo unos pocos especialistas mencionan la importancia de la estimación en el currículo de matemáticas (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007). Después de la publicación de los documentos de reforma de la década de los ochenta, la estimación empieza a tomar un relativo protagonismo en el currículo (Sowder, 1992). Los esfuerzos de investigación han sido menos patentes, esto posiblemente debido a que la estimación es considerada como algo inherente al sentido numérico. La literatura relacionada al tema reconoce primordialmente tres tipos de estimación: de cálculos aritméticos (computacional), de medición y de numerosidad (Sowder, 1992, 371). También se reconocen otros tipos de estimación asociados a la escuela secundaria o a la universidad, tales como, estimar el valor de la pendiente de una recta, de una función trigonométrica o de una probabilidad, entre otros.

En los salones de clases escolares, la estimación que más se trabaja es la computacional seguida de la de medición. Esta práctica de los maestros coincide con los temas tratados en libros especializados. Por ejemplo, en el libro “Children Learn Mathematics” de Marja van den Heuvel-Panhuizen, el énfasis en la sección de estrategias para estimar es en el resultado de operaciones (van den Heuvel-Panhuizen, 2001, 173-202).

Hay un grupo amplio de investigaciones que estudia el momento en que se puede reconocer la numerosidad. En estos estudios se utiliza el concepto de “subitización” o la capacidad para percibir la numerosidad, generalmente de conjuntos pequeños de objetos (Clements & Sarama, 2007, 471-474). Otras investigaciones se han centrado en la “unitización” o la construcción y uso de unidades compuestas para la realización de operaciones (Lamon, 1996; Romero Cruz, Rojas Garzón, y Bonilla Estévez, 2014). Sin embargo, se han realizado menos estudios sobre el uso de la “unitización” para la estimación de numerosidad (Verschaffel, Greer, & De Corte, 2007).

El Dr. Robert Siegler del Departamento de psicología de Carnegie Mellon University, ha investigado asuntos relacionados a la estimación de la numerosidad (Booth & Siegler, 2008; Siegler & Opfer, 2003; Siegler & Booth, 2005). Principalmente ha investigado cómo evoluciona la capacidad de estimar. En sus investigaciones han participado niños de escuela elemental y también adultos. En una de ellas mostró a los niños arreglos de puntos para que los niños estimaran la cantidad (Booth & Siegler, 2008). Concluye que la estimación se va refinando con la edad y también con la práctica.

Los estudios sobre estimación se iniciaron tratando de determinar cómo algunas personas se convierten en buenos estimadores mientras que otras no. Sowder (1992) reporta que el primer estudio amplio sobre estimación lo realizaron Reys, Rybolt, Bertgen & Wyatt al inicio de la década de 1980. Este interés radica principalmente en razones pragmáticas, pero también en el supuesto de que los estudiantes que son buenos estimando, generalmente, se desempeñan mejor

en matemáticas. Así lo reconocía el Concilio Nacional de Supervisores de Matemáticas en 1977 cuando incluyó la estimación como una de las destrezas básicas que se debían desarrollar en el currículo de matemáticas. Desde luego, desde esa época hasta ahora, se han realizado muchos avances en las investigaciones, sin embargo, algunos de ellos no alcanzan las prácticas en los salones de clases.

Descripción de la investigación

Esta investigación, de tipo descriptivo, tuvo como propósito determinar la forma como los estudiantes puertorriqueños de escuela elemental hacen estimados de numerosidad. Los participantes fueron estudiantes de primero a sexto grado de una escuela adscrita a una Facultad de Educación. La recolección de los datos se realizó mediante una prueba y entrevistas a los estudiantes¹. Para contestar la prueba se proveyó a los estudiantes una hoja de respuestas para cada parte.

La prueba tenía tres propósitos: determinar la exactitud con que los estudiantes estimaban la cantidad de objetos en un conjunto; el uso de la relación uno a uno al estimar numerosidad; y la capacidad para ubicar números en la recta numérica métrica. La prueba se administró a un total de 84 estudiantes: 17 estudiantes de primer grado, 18 de segundo, 15 de tercero, 9 de cuarto, 10 de quinto y 15 de sexto.

Para el desarrollo de la prueba el equipo de investigadores estudió los artículos sobre numerosidad de Siegler y los trabajos de la Matemática en Contexto en Puerto Rico (MeC-PR). Además, se realizaron varias reuniones en donde se tomaron decisiones en cuanto a la forma de hacer las preguntas, el tiempo que tardaría la prueba, el orden de las preguntas, etc. La mayor preocupación que surgió al momento de seleccionar las figuras era el tamaño de las mismas, ya que algunas investigaciones reportan que los estudiantes tienden a estimar la numerosidad, influenciados por la percepción del área que ocupa la figura. Finalmente se optó por elaborar una prueba para ser administrada a los participantes con el apoyo de una computadora, un proyector y presentaciones en Power Point.

La prueba tiene dos versiones, una para los grados primero a tercero y otra para los grados cuarto a sexto. Las dos tienen la misma estructura y se da el mismo tiempo para contestar cada pregunta. Se diferencian en la cantidad de objetos que se presentan en los ejercicios. Cada versión de la prueba está compuesta de tres partes. En la primera se trata de establecer la capacidad de estimar numerosidad; en la segunda se trata de determinar si el estudiante utiliza la relación uno a uno para determinar si dos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos; y, en la tercera, se trata de establecer si el estudiante puede ubicar los números en la recta numérica.

La entrevista tenía como propósito determinar los procesos que realizaba los estudiantes cuando se enfrenta a problemas de estimación de numerosidad. Se entrevistaron 21 estudiantes: 4 estudiantes de primer grado, 2 de segundo, 2 de tercero, 5 de cuarto, 4 de quinto y 4 de sexto. La misma se inició presentando una imagen de una juguetería en donde estaban ilustrados varios objetos y otros que no aparecían, pero se insinuaban (López Fernández, Quintero Rivera, Hernández Rodríguez & Velázquez Estrella, 2016). La entrevistadora hacía preguntas para

¹ En el Apéndice encontrará ejemplos de las preguntas de la Prueba. También encontrará más información en <https://sites.google.com/site/estimaciondenumerosidad/home> sobre el protocolo de la entrevista, instrumentos usados, análisis de resultados, y demás.

ambientar la conversación y determinar si el estudiante reconocía los objetos. Luego de esto realizaba preguntas para determinar la forma en que estimaba numerosidad. Posteriormente, se presentaron ejercicios similares a los que se habían utilizado en la presentación para que el estudiante reportara la forma en que lo resolvía.

Análisis de los resultados y hallazgos

Para el análisis de los resultados se elaboraron gráficas que comparan las respuestas de los estudiantes por grado. De esta manera se pudo establecer que la capacidad de estimar numerosidad se va refinando a medida que aumenta la edad. Los arreglos que más se les dificultan para la estimación son el de tres-seis-doce y tres-nueve-veintisiete, en los niveles 1-3 y 4-6, respectivamente. También se pudo establecer que la capacidad de estimación en conjuntos dispuestos sin estructura alguna o en estructuras poco habituales, como la triangular, es más lenta de estabilizar que la de los conjuntos con patrón específico. Se pudieron establecer dificultades en el uso de la correspondencia uno a uno para determinar si dos conjuntos tienen la misma cantidad de elementos.

En cuanto a la ubicación de los puntos en la recta, la cantidad de respuestas correctas aumenta a medida que aumenta el grado. Además, más estudiantes contestan correctamente cuando la ilustración muestra las marcas que corresponden a la ubicación de los números que cuando la ilustración no las contiene.

En las entrevistas se pretendía establecer el uso de estrategias de conteo para la solución de problemas. Se pudo observar que los niños podían utilizar conteo de dos en dos o tres en tres, si los elementos estaban dispuestos de esa forma. Sin embargo, no se observó que utilizaran esta estrategia para determinar la numerosidad de un conjunto con muchos elementos. También se pudo establecer que utilizan el conteo de cada uno de los elementos de la ilustración como medio para verificar si la respuesta es correcta.

Conclusiones y recomendaciones

El estudio permitió ver que los niños utilizan grupos de objetos (“subitización”) para contar, sin embargo, si se les pide confirmar su respuesta utilizan conteo uno a uno. Esto muestra que las estrategias se utilizan en contextos muy particulares (en donde hay estructura) y con relativa facilidad se retoma el conteo por unidad. Además de esto, tienen facilidad para asignar valores numéricos a patrones, o a arreglos de objetos típicos en las prácticas de salón de clases. Por otra parte, tienen dificultad en utilizar alguna estrategia cuando los objetos están distribuidos al azar, cuando el patrón mismo se desconoce o cuando no ha sido practicado previamente. Esto es, los estudiantes pueden estimar cuando el patrón ha sido practicado previamente, sin embargo, tienen dificultad transfiriendo ese conocimiento a situaciones novedosas. Recomendamos que se incluyan más ejercicios de estimación de cantidad de objetos sin estructura en las actividades de salón de clase.

En cuanto a la ubicación de números enteros en la recta, los participantes no mostraron ninguna dificultad cuando se cambió la escala o cuando se eliminan los puntos de referencia. Además, se notó que ellos van refinando sus capacidades a medida que avanzan de grado. Recomendamos que se realicen más investigaciones para determinar cómo evoluciona esta capacidad de ubicar números racionales en la recta numérica.

Consideramos que, en el desarrollo de materiales educativos para la enseñanza de la estimación, se debe tener en cuenta las situaciones a matematizar, de tal manera que el niño pueda utilizar los modelos que aprende en la solución de problemas. Esto implica dos procesos de matematización: horizontal y vertical. La Educación Matemática Realista indica que en la matematización horizontal el estudiante crea modelos descriptivos, esto es, un mecanismo simplificador para manejar mejor los datos y los procesos asociados a la resolución del problema. La reflexión sobre estos modelos terminará convirtiéndose en conocimiento matemático, por medio de la creación de modelos prospectivos, al cual se llega por medio de procesos de esquematización, simbolización, generalización y demostración, en donde los aspectos semióticos juegan un papel importante (Freudenthal, 1971; Gravemeijer, 1994).

Referencias y bibliografía

- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2008). Numerical representations influence arithmetic learning. *Child Development, 79*(4), 1016-1031.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461-555). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Tesis doctoral no publicada. Utrecht: Freudenthal Institute.
- Lamon, S. J. (1996). The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(2), 170-193.
- López Fernández, J., Quintero Rivera, A. H., Hernández Rodríguez, O., & Velázquez Estrella, A. (2016). *Sentido numérico: más allá de los números*. Self-published. Printed by CreateSpace. Charleston, SC.
- Reys, R. E. Rybolt, J. F. Bertgen, B. J., and Wyatt, J. W. (1980). *Identification and characterization of computational estimation processes used by in-school pupils and out-of-school adults*. Final Report. Grant #NIE 79-0088 (ERIC Document Reproduction Services No. 197 963).
- Romero Cruz, J. H., Rojas Garzón, P. J. y Bonilla Estévez, M. A. (2014). Procesos de unitización y de normación en la construcción de un objeto de la transición aritmética-álgebra: la multiplicación como cambio de unidad. *Revista Científica, 20*. Disponible en <http://revistas.udistrital.edu.co/ojs/index.php/revcie/article/view/7700/9509>.
- Siegler, R. S., & Booth, J. L. (2005). Development of numerical estimation: A review. En J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 197-212). New York: Psychology Press.
- Siegler, R. S., & Opfer, J. E. (2003). The development of numerical estimation: Evidence for multiple representations of numerical quantity. *Psychological Science, 14*(3), 237-243.
- Sowder, J. (1992). Estimation and number sense. En D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371-389). New York: MacMillan.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). *Children learn mathematics*. Utrecht: The Netherlands: Freudenthal Institute.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 557-628). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Apéndice A Ejemplos de preguntas en la prueba



Figura 1. Preguntas 1 al 6 de la Parte I de la prueba para estudiantes de primero a tercer grado (objetos dispuestos con estructura definida)

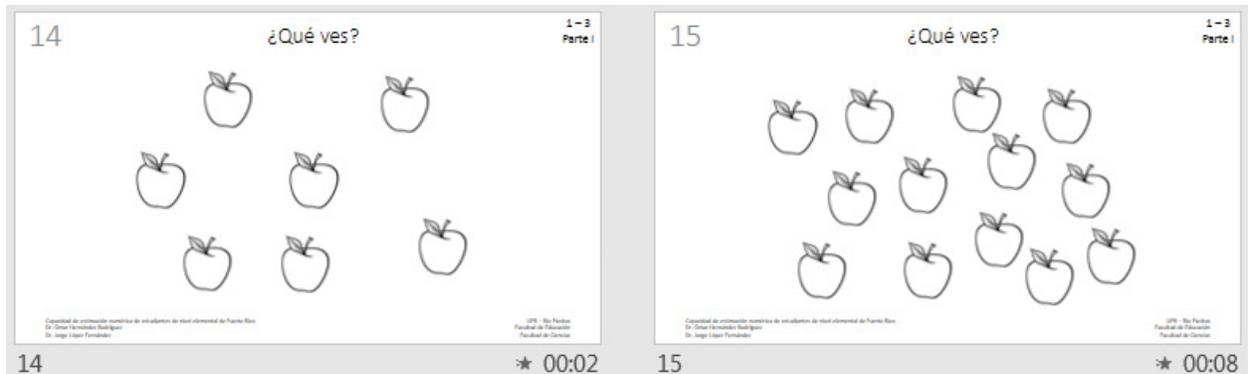


Figura 2. Preguntas 14 y 15 de la Parte I de la prueba para estudiantes de cuarto a sexto grado (objetos dispuestos sin estructura)

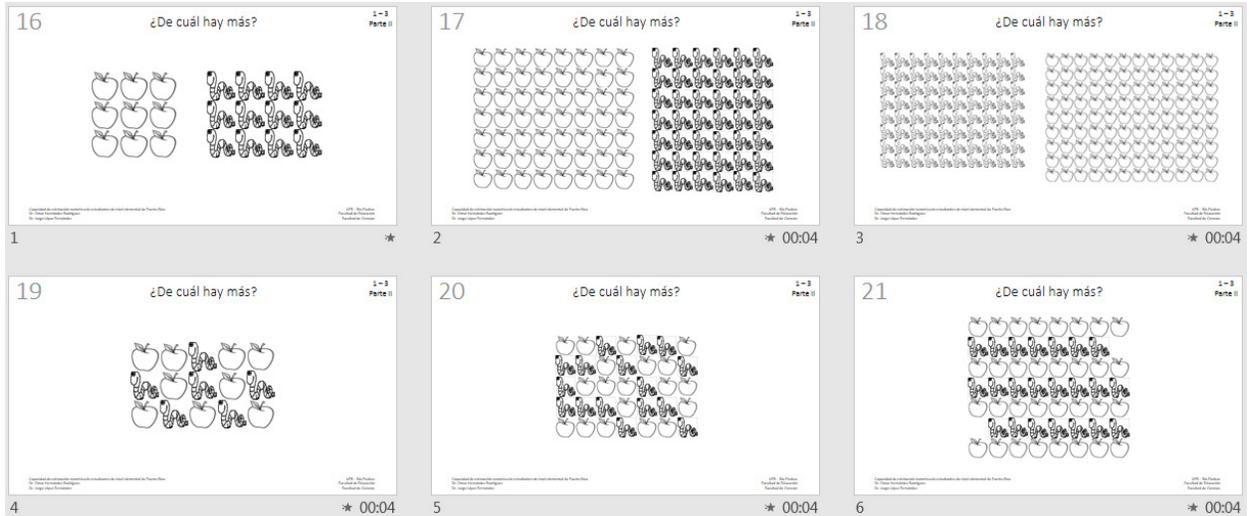


Figura 3. Preguntas 16 al 21 de la Parte II de la prueba para determinar la capacidad de estimar comparaciones.

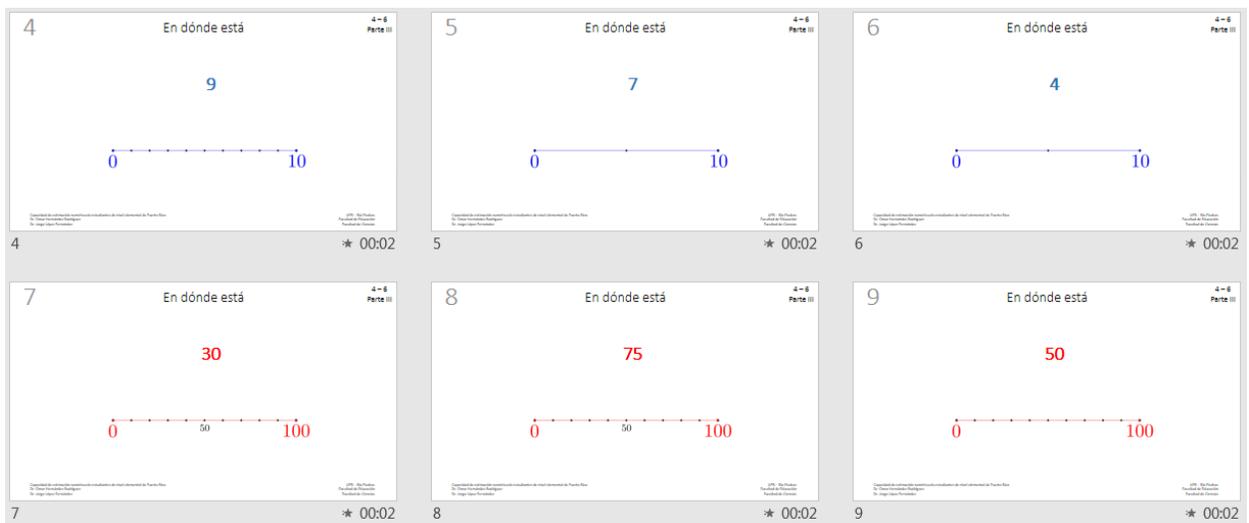


Figura 4. Preguntas 4 al 9 de la Parte III de la prueba para estudiantes de cuarto a sexto grado.