



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



CIAEM
CME
desde - since 1961



Diseño de problemas y tareas matemáticas según el currículo de matemáticas costarricense.

Johanna Mena González
Ministerio de Educación Pública de Costa Rica.
Escuela de Educación, Universidad Estatal a Distancia.
Costa Rica.
jmenag@uned.ac.cr

Resumen

En este trabajo se proponen estrategias para desarrollar la competencia matemática y las capacidades cognitivas superiores en el marco del Programa de Estudios de Matemática para primaria y secundaria de Costa Rica. En primer lugar, se analizarán los aspectos generales más significativos de la propuesta curricular de resolución de problemas. Luego se ahondará en el papel de la integración de habilidades y los procesos matemáticos para generar capacidades cognitivas superiores a partir de situaciones de contexto. Posteriormente se muestra un ejemplo de una actividad que demuestra la posibilidad de desarrollar los elementos descritos. Además, se suministra una valoración de las tareas matemáticas propuestas en el ejemplo con base en la nueva perspectiva del currículo de matemáticas.

Palabras clave: reforma educativa, currículo, educación matemática, resolución de problemas, capacidades cognitivas superiores, integración de habilidades, Costa Rica.

Aspectos generales del Programa de Estudios de Matemática en Costa Rica.

La reforma en la educación matemática en Costa Rica busca romper con el modelo predominante de enseñanza de las matemáticas (clase magistral). El currículo parte de una nueva metodología, la resolución de problemas, que busca potenciar las competencias y capacidades matemáticas de los sujetos.

El programa propone que la clase de matemática se debe dividir en dos fases o etapas:

Diseño de problemas y tareas matemáticas según el currículo de matemáticas costarricense.

- el aprendizaje de conocimientos y
- la movilización y aplicación de los conocimientos.

En la primera fase de aprendizaje de conocimientos, el currículo propone que el docente trabaje en cuatro momentos:

- propuesta de un problema,
- trabajo estudiantil independiente,
- discusión interactiva y comunicativa,
- clausura o cierre. (MEP, 2012, p. 41)

Note que no se trata de la resolución de problemas en el sentido de estudiar estrategias para resolver problemas, sino que a través de un problema o tarea matemática abordar la construcción de nuevos conocimientos. Ahora bien, el problema o tarea matemática que se proponga como actividad inicial debe hacer referencia a contextos reales (o que puedan percibirse como tal) lo más cercanos a la realidad en la que se desenvuelve el estudiante (contextualización activa). Además, el currículo indica que los problemas pueden ser clasificados de acuerdo con su nivel de dificultad en: reproducción, conexión y reflexión. Es decir, se debe considerar un nivel creciente en la demanda cognitiva de las tarea matemáticas que se pueden proponer a los estudiantes.

Otro de los aspectos innovadores que ofrece este currículo es la inclusión de ejes disciplinares que se deben trabajar en forma transversal durante el desarrollo de las clases. El programa propone cinco ejes:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
- La contextualización activa como un componente pedagógico especial.
- El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.
- La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas.
- El uso de la historia de las Matemáticas. (MEP, 2012, p. 35)

La malla curricular la organizan las áreas matemáticas (medidas, números, relaciones y álgebra, geometría y estadística y probabilidad), para cada una de ellas se indican: los conocimientos, las habilidades específicas e indicaciones puntuales. También al inicio de cada área se enuncian una serie de habilidades generales que se consiguen en periodos de tiempo más extensos y que están en concordancia con cada ciclo educativo (en Costa Rica la educación primaria constituye el I y II ciclo y la secundaria III ciclo y el ciclo diversificado).

En resumen se trata de una propuesta metodológica para el trabajo de aula: emplear problemas o tareas matemáticas adecuadas que permitan generar aprendizaje de conocimientos matemáticos y el desarrollo de las habilidades específicas relacionadas con estos, al mismo tiempo se propicia la interacción de procesos. Además, este trabajo deberá complementarse con lecciones de movilización y aplicación de los conocimientos que no deben alejarse del enfoque creativo y estimulante de la primera etapa.

Integración de habilidades y capacidades cognitivas superiores.

La naturaleza de la matemática plasmada en este currículo, parte de la premisa de que las tareas matemáticas no se encuentran en la práctica divididas en áreas, la relación entre áreas matemática es natural. El currículo desea que en las tareas que se diseñen o seleccionen se haga notar este hecho. Por eso, el currículo busca la integración de habilidades generales entre sí, la

integración de habilidades específicas entre sí y además la interacción entre habilidades de diferentes áreas matemáticas, ya que esto es lo que sucede en los problemas reales que enfrenta esta disciplina.

Se parte de un problema (que hace referencia a habilidades generales y específicas de un área o de varias áreas) que busca desarrollar la competencia matemática y las capacidades cognitivas superiores. De acuerdo a Ruíz (2017), el constructo principal del programa de estudios es la competencia matemática general entendida como:

(...) capacidad de usar las matemáticas para entender y actuar sobre diversos contextos reales, subraya una relación de esta disciplina con los entornos físicos y socioculturales y también brinda un lugar privilegiado al planteamiento y resolución de problemas. En esta visión la competencia matemática está definida por un poderoso sentido práctico. (MEP, 2012, p. 14)

El programa de estudios fue diseñado bajo la premisa de integración de los elementos curriculares: conocimientos, habilidades, procesos, competencia general y ejes disciplinares.

Procesos matemáticos

Como puede dejarse entrever de lo indicado en los párrafos anteriores la selección o diseño del problema o tareas matemáticas por medio de los cuales se propicia el aprendizaje es vital en esta propuesta metodológica. Ya que a partir de dicho problema se genera la interacción y consecución de los demás elementos que componen el currículo; el desarrollo preciso de las habilidades se construye a través de la mediación pedagógica, mediante el desarrollo de acciones transversales (procesos matemáticos) colocadas en tareas de diversos niveles de complejidad (reproducción, conexión y reflexión).

Los procesos matemáticos que contempla el currículo son los siguientes:

- Razonar y argumentar
- Plantear y resolver problemas
- Comunicar
- Conectar
- Representar (MEP, 2012, p. 24)

De acuerdo con Ruiz (2017) la interacción transversal de los procesos matemáticos en un determinado problema establece el grado de dificultad de dicho problema o tarea matemática. Por ejemplo, si la actividad propuesta por el docente implica un nivel bajo de argumentación y razonamiento para establecer la estrategia de solución de la actividad es posible entrever que el nivel de complejidad de dicho proceso en la actividad planteada corresponde a un nivel de reproducción. Por el contrario, si para la actividad es necesario un nivel de análisis y argumentación complejos, donde es necesario mostrar que se comprende la amplitud y los límites de objetos matemáticos e indicar respuestas más formales y acabadas definitivamente dicho proceso en la tarea propuesta trasciende a un nivel de reflexión.

En síntesis, existe una estrecha relación entre los niveles de complejidad y los procesos matemáticos. Estos últimos son el punto de partida para identificar el nivel de demanda cognitiva de una tarea matemática (reproducción, reflexión y conexión), o visto de otro modo los niveles de complejidad sintetizan la intervención de los procesos matemáticos.

Un ejemplo: contexto generador.

A continuación se muestra a través de un ejemplo concreto, cómo interactúan los elementos curriculares descritos en un problema o tarea matemática. Luego se realizará una valoración de dichos elementos.

pH del suelo

El pH es el indicador normalmente utilizado para estimar el grado de acidez o basicidad. Es un valor que expresa la actividad ion hidrógeno (H^+) en la solución del suelo. El pH se define: $pH = -\log[H^+]$, donde H^+ es la concentración de iones de hidrógeno medida en moles por litro. La escala pH se extiende de 0 a 14, siendo el pH 7,0 el punto neutro. El suelo se acidifica para valores menores de 7 y valores superiores a 7 son alcalinos. El pH del suelo es generalmente considerado adecuado en agricultura si se encuentra entre 6 y 7. A partir de este intervalo las producciones de los cultivos pueden mermarse visiblemente.

Durante los últimos años el volcán Turrialba ubicado en la provincia de Cartago, Costa Rica, ha estado en una continua actividad. El pH del suelo cercano al volcán oscila entre ácido y fuertemente ácido, y los contenidos de calcio y magnesio disponibles para las plantas son por lo general muy bajos; la lluvia ácida contribuye a acidificar más estos suelos.

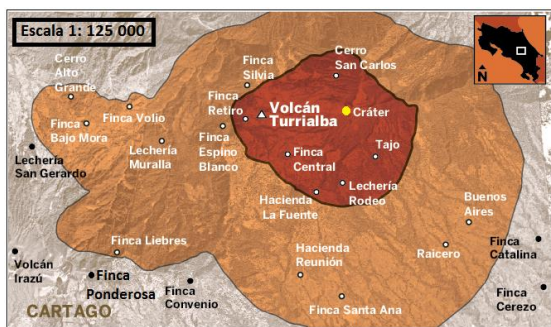


Figura 1. Mapa del Volcán Turrialba, Cartago, Costa Rica

En un estudio para determinar la afectación de los suelos en la finca Ponderosa por la lluvia ácida se determinaron los siguientes valores de concentración de iones de hidrogeno (en moles por litro) para muestras aleatorias de suelo recolectadas en diferentes momentos del año en un mismo sitio.

0,000015	0,000013	0,000018	0,000025	0,000020	0,000027
----------	----------	----------	----------	----------	----------

La Comisión Nacional de Emergencias de Costa Rica proporcionará insumos agrícolas para atacar la acidez de los suelos (en el caso en que estos así lo necesiten), a fincas ubicadas en los alrededores del macizo y que se encuentren en un radio máximo de 10 kilómetros del Cráter. Puede determinar usted si la finca Ponderosa califica para recibir dicha ayuda.

Solución:

Para determinar si la finca Ponderosa califica para recibir el apoyo de la Comisión Nacional de Emergencias de Costa Rica se deben verificar dos requisitos:

- La acidez del suelo no es la adecuada para los cultivos agrícolas.
- La finca se encuentra en un radio menor o igual a 10 kilómetros del cráter del volcán

Diseño de problemas y tareas matemáticas según el currículo de matemáticas costarricense.

pH del suelo

Para determinar el pH del suelo se debe calcular el promedio de concentración de iones de hidrogeno según las muestras recolectadas en la finca.

$$\text{Promedio} = \frac{0,000015 + 0,000013 + 0,000018 + 0,000025 + 0,000020 + 0,000027}{6}$$

$$\approx 0,000019$$

Se sabe que $H^+ = 0,000019$ y se desea determinar pH se tiene que:

$$\text{pH} = -\log[H^+]$$

$$\text{pH} = -\log[0,000019]$$

$$\text{pH} \approx 4,72$$

Según los rangos establecidos como el pH es menor que 6, el suelo de la finca presenta un nivel alto de acidez que afecta la actividad agrícola por lo que es necesario tomar las medidas del caso.

Distancia de la finca al cráter

Se coloca el mapa en un plano cartesiano, donde el origen coincida con el cráter del volcán. Se debe trazar una circunferencia de radio 6km y observar si el punto donde se encuentra la finca Ponderosa es interior o exterior. La escala es de 1cm en el mapa es equivalente a 1,25km en la realidad, de tal forma que mediante una regla de tres se tiene

$$1\text{cm} \rightarrow 1,25\text{km}$$

$$x \text{ cm} \rightarrow 10\text{km}$$

$$x = \frac{1 \cdot 10}{1,25} = 8\text{cm}$$

El radio de la circunferencia que se debe trazar es de 8cm cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 64$

Al trazar la circunferencia en el plano se tiene que el punto donde se encuentra la finca Ponderosa está en el interior de la misma (ver figura 2)

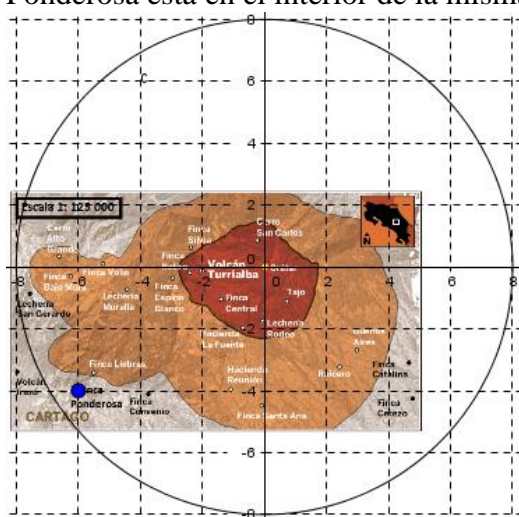


Figura 2. Región cercana al volcán Turrialba que puede recibir ayuda

De lo anterior, se puede indicar que la finca se encuentra dentro del radio para recibir la ayuda. Otra forma es hacerlo algebraicamente, determinando si el punto donde se ubica la finca es interior a la circunferencia $x^2 + y^2 = 64$, para ello se calcula la distancia del punto donde aproximadamente se ubica la finca $(-6, -4)$ y el centro de la circunferencia $(0,0)$.

Diseño de problemas y tareas matemáticas según el currículo de matemáticas costarricense.

$$d((-6, -4), (0,0)) = \sqrt{(-6 - 0)^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

Como $2\sqrt{13} \approx 7,21$ es menor que el radio, entonces el punto donde se ubica la finca es interior y se encuentra en los límites solicitados

En resumen, la finca Ponderosa puede recibir la ayuda de la Comisión Nacional de Emergencias de Costa Rica, debido a que el pH de su suelo se ha visto afectado por la lluvia ácida y la finca se ubica dentro de los límites establecidos.

Análisis de la propuesta curricular

Aspectos generales

Tabla 1

Áreas y conocimientos involucrados en la actividad propuesta.

Ciclo diversificado	
Áreas matemáticas	Conocimientos
Estadística y probabilidad. Relaciones y álgebra Geometría	Medidas de Posición: media aritmética Funciones logarítmicas. Geometría analítica: circunferencia.

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2

Interacción de habilidades generales y habilidades específicas en la actividad propuesta.

Área matemática	Habilidades generales:	Habilidades específicas:
Estadística y Probabilidad.	Utilizar las medidas de posición para resumir y analizar la información proveniente de un grupo de datos cuantitativos. (MEP, 2012, p.431) Resolver problemas vinculados con el análisis de datos y el manejo de la aleatoriedad dentro del contexto estudiantil. (MEP, 2012, p.431)	Resumir un grupo de datos mediante el uso de la moda, la media aritmética, la mediana, los cuartiles, el máximo y el mínimo, e interpretar la información que proporcionan dichas medidas. (MEP, 2012, p.432) Utilizar la calculadora o la computadora para calcular las medidas estadísticas correspondientes de un grupo de datos. (MEP, 2012, p.432)
Relaciones y álgebra.	Plantear y resolver problemas a partir de una situación dada. (MEP, 2012, p.405) Determinar el modelo matemático que se adapta mejor a una situación dada. (MEP, 2012, p.405)	Identificar y aplicar modelos matemáticos que involucran las funciones logarítmicas. (MEP, 2012, p.417) Utilizar las funciones estudiadas para plantear y resolver problemas a partir de una situación dada. (MEP, 2012, p.417)
Geometría.	Representar las circunferencias de manera analítica y gráfica. (MEP, 2012, p.385)	Representar gráficamente una circunferencia dado su centro y su radio. (MEP, 2012, p.386) Determinar gráfica y algebraicamente si un punto se ubica en el interior o en el exterior de una circunferencia. (MEP, 2012, p.386)

Interacción de los procesos:*Razonar y argumentar*

Se debe identificar información matemática que no está dada de manera explícita (centro de una circunferencia o el radio por ejemplo). Además, se debe evaluar una pregunta donde la respuesta no es directa y amerita mayor argumentación.

Plantear y resolver problemas

Al resolver el problema se debe plantear una estrategia de solución en un contexto que no es del todo familiar y que por lo tanto requiere de un análisis cuidadoso. Los procedimientos a seguir son secuenciales y pueden ser descritos con claridad. Además, la resolución implica la conexión entre distintas áreas matemáticas y entre distintas representaciones.

Conectar

Hay que relacionar conceptos o procedimientos matemáticos de dos o más áreas matemáticas diferentes para resolver el problema.

Comunicar

Se debe identificar e interpretar expresiones matemáticas dadas. Además, se debe comunicar en forma breve la respuesta obtenida justificando claramente los elementos matemáticos que llevarán a obtener la respuesta.

Representar

Es necesario interpretar y razonar sobre la información codificada en el mapa. Además, se debe pasar de una representación a otra (representación algebraica y gráfica de la circunferencia)

Nivel de complejidad del problema:

Según Ruiz (2017) y de acuerdo a lo establecido por la interacción de los procesos este problema se considera de conexión.

Comentarios adicionales:

Al proponer una situación que involucra un contexto, en este caso real, se puede generar alrededor de él interrogantes que originan situaciones problemas innovadoras y donde la interacción de los elementos matemáticos se presenta de manera natural. También es viable generar una serie de otras interrogantes aparte de la mostrada en el ejemplo anterior que es posible redireccionar y transformar en otras situaciones problema para medicación de aula o incluso evaluación. Por ejemplo, se podría solicitar indicar el área de la finca Ponderosa (a partir del mapa) y de esta manera calcular cuántos sacos de fertilizantes agrícolas son necesarios para llevar a cabo el tratamiento del suelo (la cal viva se utiliza en agricultura para combatir la acidez de los suelos, hay una dosis por hectárea dependiendo del nivel del pH).

Otra estrategia consiste en ampliar la información en el contexto y de allí generar nuevos problemas. Por ejemplo, a partir del siguiente mapa calcular el área afectada por la caída sistemática de ceniza, para establecer estrategias de prevención de riesgos frente a desastres naturales.

Diseño de problemas y tareas matemáticas según el currículo de matemáticas costarricense.



Figura 3. Mapa de influencia de ceniza en el Valle Central, Costa Rica.

También se pueden establecer conexiones entre otras áreas para que el docente de matemática trabaje en forma interdisciplinaria con docentes de otras disciplinas. Por ejemplo:

- Investigar qué tipo de productos se producen en la zona y cuáles son los más afectados con la lluvia ácida.
- Comentar los efectos de la lluvia ácida para los ecosistemas.
- Prevención de desastres naturales (erupciones volcánicas y caída de ceniza).

Consideraciones finales

En un currículo que enfatiza la consecución de capacidades cognitivas superiores a partir de tareas matemáticas el diseño y selección de los contextos y problemas es vital para lograr una interacción de todos los elementos curriculares.

La utilización de un contexto generador proveniente de situaciones cotidianas es una valiosa herramienta para generar problemas donde la interacción de los elementos curriculares (integración de habilidades, interacción de procesos, niveles de complejidad, contextualización activa) descritos se da de manera natural, adecuada y precisa.

Referencias y bibliografía

- Fratti, R (2016, 22 de setiembre). Efectos de la ceniza volcánica, ¡proteja sus cultivos! Revista Proagro. Recuperado de <https://revistaproagro.com/efectos-de-la-ceniza-volcanica-proteja-sus-cultivos/>
- Ruiz, A. (2017). *Evaluación y Pruebas Nacionales para un currículo de matemáticas que enfatiza capacidades superiores*. Manuscrito no publicado.
- Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. Perspectiva de la praxis. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (10), 1-111. <http://www.centroedumatematica.com/wordpress/wp-content/uploads/2013/12/De-la-investigacio%CC%81n-a-la-praxis-final.pdf>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado. Costa Rica: autor.
- Rodríguez, A (12 de julio del 2015). Turrialba mantiene en vilo al agro. El Financiero. Recuperado de http://www.elfinancierocr.com/economia-y-politica/volcan_turrialba-productores-erupcion-queso-ganado-MAG-Sensa-CNE_0_771522864.html