



# II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

[ii.cemacyc.org](http://ii.cemacyc.org)



## GeoGebra en el aula. Propuestas y sugerencias

Agustín Carrillo de Albornoz Torres  
Universidad de Córdoba  
España  
[agustincarrillo@acta.es](mailto:agustincarrillo@acta.es)

### Resumen

Si hay un recurso cuyo uso se está generalizando entre el profesorado, es sin duda GeoGebra. Su continuo desarrollo, al que hay que añadir las características de software libre, hace que su uso sea casi imprescindible para el profesorado que desea incorporar las TIC a su trabajo diario.

GeoGebra no es solo geometría dinámica; las últimas versiones incorporan opciones que amplían, aún más, sus posibilidades, lo cual permite trabajar los distintos bloques de contenidos para niveles educativos desde Básico hasta Superior.

La exposición estará centrada, como su título indica, en distintas propuestas y sugerencias para animar al profesor a incorporar este software como un recurso más en su aula, fomentando el uso de ejemplos y actividades sencillas que le permitan tener confianza en las TIC y sobre todo que puedan aprovechar la cantidad de recursos disponibles en la Web.

*Palabras clave:* GeoGebra, metodología, tecnologías

### Introducción

A pesar de todos los esfuerzos institucionales que se están realizando para la incorporación de las TIC a los ámbitos educativos a través de distintos planes como ocurre en España con los proyectos Escuela 2.0, cuyos orígenes se remontan a 2002, o en los distintos países de Iberoamérica, por los que se están distribuyendo computadores entre el alumnado y también entre el profesorado con el gasto que supone, los resultados no están siendo todo lo buenos que eran de esperar ante las expectativas que en todo momento ha despertado la incorporación de estos recursos.

A pesar del interés del profesorado y de contar con la motivación del alumnado la integración real de las TIC y el aprovechamiento de todas las posibilidades que ofrecen no se está consiguiendo o está siendo demasiado lento y pueden quedar frenados, como ocurrirá en España, por la situación de crisis económica por la que se ha suspendido la entrega de computadores a alumnos y profesores.

El computador con el que llevamos compartiendo horas de trabajo en la casa, no le dedicamos la atención que requiere en el aula, lo que supone no aprovechar las posibilidades que ofrece para alcanzar una mejora en los procesos de enseñanza y aprendizaje de nuestros alumnos.

En general, todo está a favor del cambio para incorporar las TIC al mundo educativo para rentabilizar el esfuerzo económico, de manera que sea posible mejorar la escuela con nuevos recursos, acordes con la época actual, aunque como docentes debemos reconocer que cualquier cambio nos cuesta y por tanto se produce lentamente.

Si no queremos una escuela anticuada y estática, será necesario incorporar nuevos métodos y procesos, así como nuevos recursos entre los que se encuentran las TIC, sobre todo una vez que las escuelas cuentan con material suficiente para facilitar el acceso del alumnado a los computadores y en la mayoría de los casos, también a Internet.

Siempre es conveniente recordar alguna referencia sobre la importancia que los expertos en didáctica conceden a las TIC, como ocurre al leer los “Principios y estándares para la educación matemática” publicada por la NTCM (National Council of Teachers of Mathematics) que entre los seis principios para las matemáticas escolares que proponen, encontramos el Principio de la tecnología que considera la tecnología fundamental en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y que influye en las matemáticas que se enseñan y enriquece su aprendizaje, indicando que la existencia, versatilidad y potencia de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deberían aprender los alumnos, además de cómo aprenderlas mejor.

Por tanto, queda claro que si las TIC no constituyen un recurso más en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, sobre todo en los centros que cuentan con recursos suficientes, las razones tenemos que buscarlas en nosotros mismos, en el propio profesorado y en el tiempo y esfuerzo que nos cuesta afrontar cualquier cambio.

A pesar de las continuas referencias que podemos encontrar en los Diseños curriculares de los distintos países sobre el uso de las TIC o con recomendaciones para promover su incorporación a aula, algo está ocurriendo para que la convivencia entre TIC y educación no sea del todo llevadera. Demasiadas son las razones que impiden la utilización y por supuesto, la generalización de las TIC en el aula, aunque en este caso, cada vez son menos las de índole material.

Como razones podemos citar dos que consideramos quizás las más importantes: la excesiva dependencia del libro de texto y la formación del profesorado sobre todo en cuestiones didácticas que faciliten el uso de las TIC como recursos para favorecer el aprendizaje del alumnado.

La excesiva dependencia del libro de texto no favorece el cambio de metodología necesaria para incorporar las TIC, por lo que a pesar de los cambios en el currículum y en las ediciones de nuevos libros, el profesorado sigue manteniendo una enseñanza y una metodología tradicional por lo que resulta difícil incorporar nuevos elementos o cambiar determinados

aspectos en el trabajo del día a día.

En cuanto a la formación del profesorado no basta con la formación técnica imprescindible para que domine un nuevo recurso o software, es necesaria una formación didáctica que favorezca su utilización y sobre todo que proporcione ideas para permitir que el alumnado aprenda con los nuevos recursos.

Quizás no estemos convencidos de las ventajas que aportan a la enseñanza, quizás a pesar de la variada oferta de formación aún consideramos que necesitamos más cursos o a lo mejor es que nos cuesta demasiado afrontar cualquier cambio en las tareas que día a día realizamos.

El uso de las TIC puede ser de gran ayuda para lograr algunos de los objetivos que pueden resultar comunes a cualquier Diseño Curricular, como pueden ser los siguientes:

- Promover el trabajo autónomo de los alumnos.
- Estimular el establecimiento, comprobación y validación de hipótesis por parte de los estudiantes, mediante el uso de las herramientas matemáticas pertinentes.
- Promover el trabajo personal y grupal, valorando los aportes individuales y colectivos para la construcción del conocimiento matemático.

Para alcanzar estos tres objetivos las TIC constituyen un excelente recurso y programas como GeoGebra facilitarán el trabajo del profesor para hacer una matemática diferente, sobre todo más dinámica.

Sin despreciar las posibilidades que pueden ofrecer otros programas, GeoGebra ha supuesto una revolución importante, por las posibilidades que ofrece y porque está en continuo desarrollo, añadiendo nuevas opciones gracias al trabajo desinteresado de muchos usuarios, a lo que tenemos que añadir otra característica importante, la de ser software libre y por tanto gratuito para cualquier usuario.

Aunque es evidente que GeoGebra no tiene la exclusividad como programa para la enseñanza, ofrece una gran variedad de opciones que permiten su uso, no solo para dibujar o construir, sino también, como veremos a través de algunos ejemplos, permitirá proponer al alumnado tareas de investigación y experimentación, que en la mayoría de los casos no requerirán demasiados conocimientos técnicos; bastará con conocer algunas herramientas básicas y algunos comandos para afrontar distintas tareas con este software.

Para los entusiastas de este programa, GeoGebra representa una importante revolución que con lo está convirtiendo en una herramienta que ofrece los recursos necesarios para trabajar todos los bloques de contenidos y por tanto, no será necesario recurrir a otros programas de geometría, otros de cálculo simbólico, a una hoja de cálculo y otros de estadística, ya que todos están integrados en GeoGebra.

### **GeoGebra para una matemática más dinámica**

GeoGebra es GEOMETRÍA y álGEBRA aunque debido a los avances del programa, en los últimos años, las nuevas versiones ofrecen opciones para trabajar cualquier contenido los distintos bloques de las Matemáticas, especialmente en niveles educativos de Educación Secundaria y Bachillerato, sin olvidar los niveles inferiores ya que incluso existe una versión específica para Educación Primaria; y por qué no, también en universidad

Además, desde su Web es posible descargar el programa para su instalación bajo distintos sistemas operativos, incluidas versiones denominadas portables, que como su nombre indica se podrán llevar en un pendrive y por tanto, ejecutar sin necesidad de instalación.

GeoGebra ofrece una gran variedad de opciones que permiten su uso, no solo para dibujar o construir, sino también, como veremos a través de algunos ejemplos, permitirá proponer al alumnado tareas de investigación y experimentación, que en la mayoría de los casos no requerirán demasiados conocimientos técnicos; bastará con conocer algunas herramientas básicas y algunos comandos para afrontar distintas tareas con este software.

Expondré a continuación algunas actividades con diferentes niveles de dificultad, aunque siempre buscando la sencillez, para que cada profesor en su utilización pueda llegar hasta donde considere oportuno.

Estas actividades intentan ofrecer una idea de lo que es posible hacer con GeoGebra, con la seguridad de que ustedes con sus conocimientos e imaginación serán capaces de realizar grandes construcciones y sobre todo aprovechar en su aula las posibilidades de este programa como recurso TIC para trabajar las matemáticas de otra forma y con otra metodología, al menos más dinámica.

En ocasiones, cuando se afronta la incorporación de las TIC al aula se recurre a Internet para encontrar ideas o propuestas que ayuden ante este reto.

Al buscar estas actividades o ejemplos realizados con GeoGebra y publicados por otros profesores, encontraremos una gran variedad, de las que unas nos resultarán demasiado simples y otras, la mayoría nos llamarán la atención por su espectacularidad, lo cual nos llevará a utilizarlas cuanto antes en nuestro aula.

Posiblemente, después de varios intentos con este tipo de actividades, nos plantearemos que han aprendido nuestros alumnos y poco tiempo después, terminaremos valorando si ha merecido la pena este esfuerzo y en la mayoría de los casos abandonaremos la idea de trabajar con las TIC al menos por el momento.

Pensemos que al incorporar cualquier recurso sin una programación previa, lo que hacemos es improvisar, lo que nos llevará a no alcanzar los objetivos planteados.

Es evidente que ante la incorporación de un recurso TIC como es el caso de GeoGebra se requiere una formación técnica para las que en ocasiones bastará con participar en algún curso de formación que ayude a dar los primeros pasos. No es conveniente abusar de la formación técnica obviando la formación pedagógica que es la realmente importante ya que será la que permita al docente aprovechar los recursos y sacar todo el partido posible para que sus alumnos aprendan.

Por tanto, formación técnica si, pero solo la justa y necesaria para iniciarnos en el uso de GeoGebra (o de cualquier otro recurso) y sobre todo no improvisar, planteando distintas sesiones de trabajo con propuestas y actividades sencillas que ayuden no solo al profesor, sino también al alumnado a familiarizarse con el programa y que faciliten que poco a poco sea posible enfrentarse a nuevos retos.

Este planteamiento no supone olvidarnos de las estupendas actividades disponibles en Internet, todo lo contrario, sabemos que están allí y que en su momento las podremos utilizar.

Pensemos que si comenzamos planteando actividades que requieren demasiados conocimientos previos entre ellos, muchos comandos o instrucciones, los alumnos dedicarán

todos sus esfuerzos a la parte técnica y por tanto, el aprendizaje de los contenidos planteados será mínimo.

Siguiendo lo indicado con anterioridad, comenzaremos con actividades sencillas para las que la formación técnica sea mínima.

Por ejemplo, al comenzar a trabajar en el aula bastaría con indicar en una primera sesión que vamos a utilizar un programa de geometría en el plano, en el que a partir de unos objetos básico (punto, segmento, recta, circunferencia, polígono, etc.) se podrán establecer relaciones entre ellos (perpendicularidad, paralelismo, pertenece, ...), destacando el significado del dinamismo de la construcción, lo que significa que al cambiar las condiciones iniciales de los objetos que intervienen se mantienen las relaciones existentes entre ellos, siempre que la construcción sea correcta.

Ejemplos de actividades que podemos proponer para incorporar este software pueden ser similares a las expuestas en el anexo, cuyas características comunes son que requieren pocos pasos, por tanto, pocas herramientas y que ofrecen variadas opciones para trabajar en el aula.

### **Conclusión**

Mi intención ha sido ofrecer una visión lo más amplia y variada posible de lo que considero que se puede hacer con este programa con el objetivo de animar a quien aún no lo conozca a trabajar con este software, esperando haber aportado nuevas ideas a los que ya lo conozcan, convencido de las posibilidades que ofrece para cambiar los métodos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas...

Como indiqué al principio, cuando apostemos por las TIC, lo mejor es comenzar con propuestas sencillas que servirán para plantear nuevos retos y ayudarán que GeoGebra sea un recurso más en el aula, sobre todo cuando las TIC ya están presentes no solo en la vida cotidiana sino también en las escuelas.

Si creemos en la tecnología y la usamos a diario para otras tareas, ya es hora de emplearla también en el aula sin olvidar que la tecnología no debe prevalecer sobre la enseñanza sino que tiene que servirnos para mejorarla.

### **Referencias y bibliografía**

National Council of Teachers of Mathematics. (2003), Principios y estándares para la educación matemática. España. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

De Guzmán, M. (2002), La experiencia de descubrir la geometría. España. Nivola.

### **Apéndice A**

#### *Actividad 1*

Dibuja un punto A en el plano e intenta averiguar cuántas circunferencias puedes construir que pasen por A.

A continuación, dibuja un nuevo punto B para responder a la cuestión siguiente ¿cuántas circunferencias pasan por A y B?

¿Cómo la has construido? Si hay más de una, ¿tienen alguna característica común?

Ahora un poco más complicado, dibuja un nuevo punto C para determinar cuántas circunferencias pasan a la vez por A, B y C.

Y si en lugar de tres puntos, incluimos un nuevo punto D, ¿cuántas circunferencias se pueden construir que pasen por los cuatro puntos?

### *Actividad 2*

Dibuja un triángulo ABC y construye la circunferencia circunscrita.

Una vez construida la circunferencia circunscrita investiga las cuestiones siguientes:

¿Qué condiciones o qué tipo de triángulo hará que el circuncentro sea un punto interior del triángulo?

¿Cuándo será un punto exterior?

¿Y cuándo el circuncentro será un punto del perímetro del triángulo?

¿Hay algún triángulo en el que el circuncentro coincide con uno de los vértices?

Después de la circunferencia circunscrita a un triángulo vendría la construcción de la circunferencia inscrita. Esta actividad es ideal para que los usuarios, en este caso nuestros alumnos, comprendan el significado de construir frente a dibujar.

Poco a poco hemos utilizado distintas herramientas de GeoGebra, en la mayoría de los casos sin excesivas necesidades técnicas ya que cada herramienta se emplea de manera similar a como se haría cuando se utiliza una regla y un compás, lo que hace que su uso sea intuitivo.

Continuando con las construcciones geométricas podemos proponer una nueva actividad de investigación, similar, al menos en parte, a la que podemos encontrar en la mayoría de los diseños curriculares de niveles educativos similares a Secundaria.

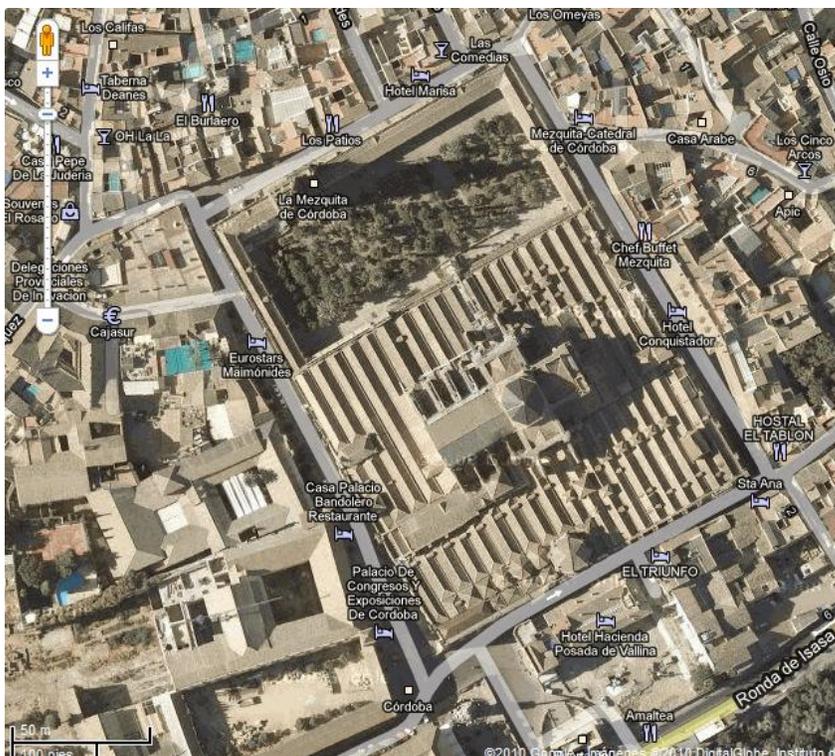
Otro tipo de actividades que podemos realizar con GeoGebra son aquellas que permiten acercarnos a la realidad, incorporando a las construcciones imágenes de la vida cotidiana, planos, fotografías, etc., para trabajar sobre ellas.

Ejemplos de actividades de este tipo podrían ser medir recintos, establecer recorridos por una ciudad o estudiar simetrías, entre otros.

### *Actividad 3*

Aprovechando los mapas y planos de Google, intenta obtener la superficie de alguna plaza de la ciudad.

En la imagen se muestra el Patio de los Naranjos de La Mezquita de Córdoba.



Esta actividad se puede plantear para que cada alumno o grupo de alumnos intente aproximar la medida del recinto, para posteriormente, con ayuda de Internet encontrar la medida exacta, para determinar quién determinó la mejor aproximación.

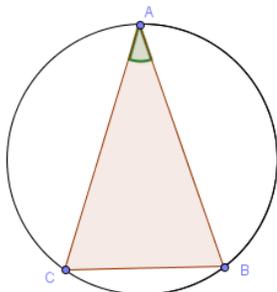
Siempre es posible encontrar alguna plaza o monumento de la ciudad que se puede insertar en GeoGebra para trabajar con las escalas que nos proporciona Google, lo que facilitará el trabajo con un ejemplo de la vida real y sobre todo con medidas tomadas de la realidad.

El uso de GeoGebra no queda limitado a geometría ya que cada vez incorpora nuevas opciones que permiten su uso para desarrollar el resto de bloques de contenidos. Propuestas de cálculo, análisis, álgebra o estadística se podrán afrontar con este software para visualizar, deducir, experimentar, intuir y sobre todo para interactuar para lograr una nueva forma de enseñar matemáticas.

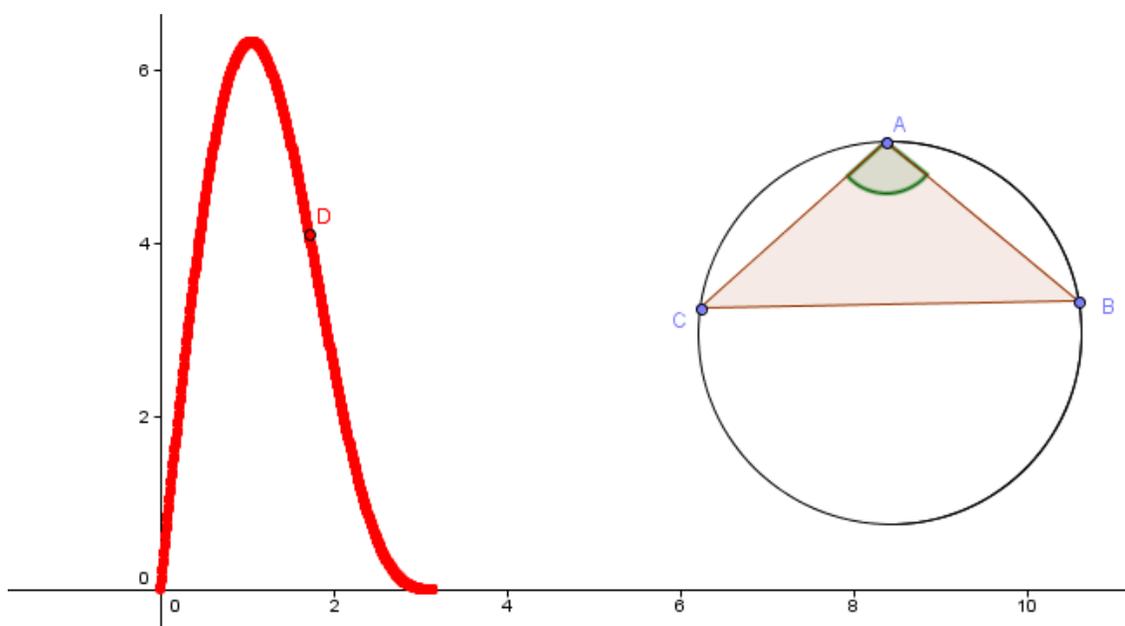
#### *Actividad 4*

Estudiar la relación entre el área del triángulo isósceles inscrito y el área del círculo en el que se ha inscrito.

Podemos realizar distintas construcciones para obtener el triángulo isósceles inscrito en una circunferencia tal como aparece en la siguiente figura:

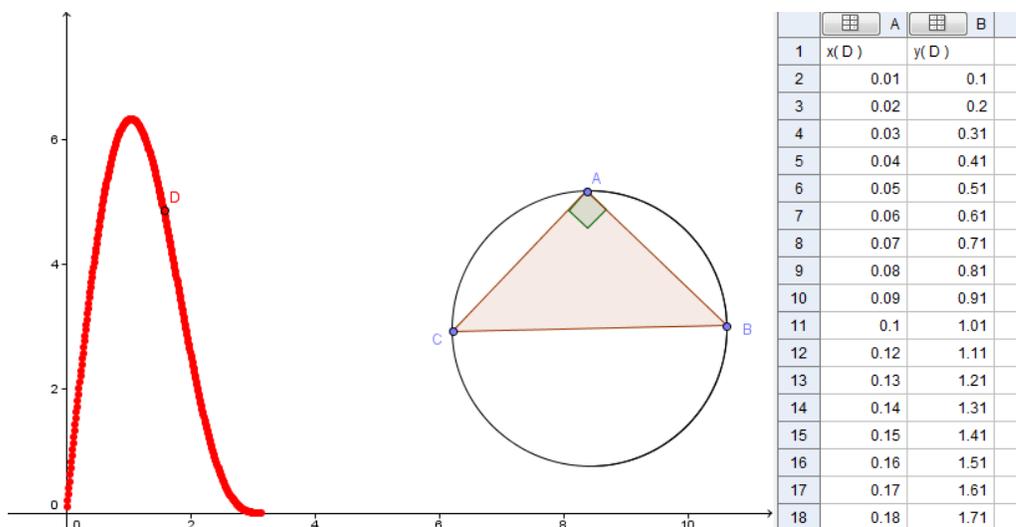


Una vez medido el ángulo en el vértice A, solo nos queda representar en los ejes el punto que relaciona el ángulo (abscisa) con el área del triángulo (ordenada). A continuación, activando el rastro de dicho punto y con ayuda de las opciones de animación automática, obtendremos la función que relaciona las dos variables anteriores que aparece en la figura siguiente:



Utilizando las posibilidades que nos ofrece la hoja de cálculo podemos plantear la recopilación de los valores anteriores; para lo cual solo hay que activar la opción registro sobre hoja de cálculo del punto D.

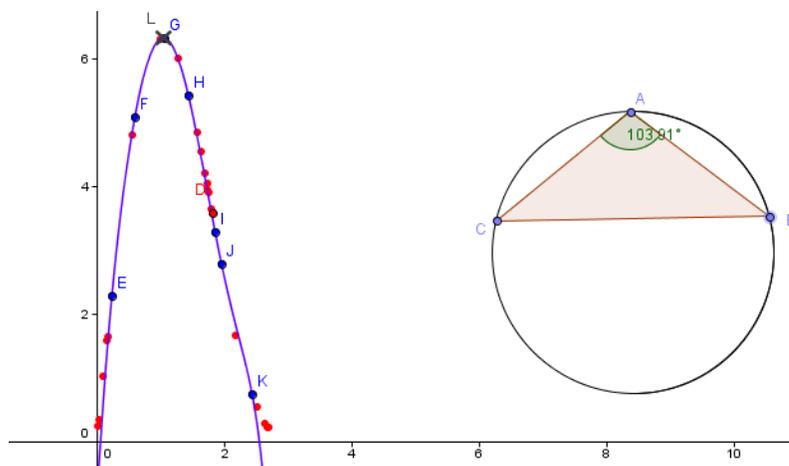
Después de volver a animar la construcción aparecerán los datos en la hoja de cálculo.



Aún son posibles nuevas actividades sobre este ejemplo con ayuda de GeoGebra.

Podemos planear que los alumnos intenten ajustar la función obtenida con una curva o con una función polinómica, marcando para ello, una serie de puntos correspondientes a los valores obtenidos en la hoja de cálculo o dibujando directamente sobre la representación de la curva obtenida.

Como propuesta planteamos a los distintos grupos de alumnos que realicen ajustes con distinto grado para comparar resultados.



Por último, pediremos a los alumnos que comparen el máximo obtenido en el polinomio con el máximo obtenido en la hoja cálculo para el área del triángulo isósceles inscrito.

El dinamismo de GeoGebra y las distintas opciones que ofrece permiten que sobre un ejemplo sea posible trabajar distintos niveles de contenidos, lo que hace que se pueda adaptar al nivel de los alumnos.

Aún nos queda otro bloque de contenidos como es la estadística y la probabilidad para los que también GeoGebra nos puede ayudar.