



II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

ii.cemacyc.org



Construyendo conceptos matemáticos desde lo concreto

Margarita **Martínez** Jara

Departamento de Matemática, Escuela Superior Politécnica del Litoral

Ecuador

mmartin@espol.edu.ec

Resumen

Se presenta una perspectiva universitaria respecto al encuentro de deficiencias en conceptos matemáticos básicos que debieron tener su etapa inicial concreta de construcción en la escuela. Recolectando problemas a lo largo de tres décadas de intentar que los estudiantes puedan dominar demostraciones en Cálculo Diferencial, Matemáticas Discretas o Álgebra Lineal y utilizando la metodología de las diez ediciones del vacacional “Semillero de futuros científicos e ingenieros” se presentan ejemplos de una propuesta de evolución paulatina desde la experimentación concreta hasta la abstracción de conceptos en: lógica, conjuntos, aritmética modular y sólidos de revolución.

Palabras clave: concreto, abstracto, constructivismo, aritmética modular, sólidos de revolución.

Contexto Histórico -Académico

Ubicada en Guayaquil, Ecuador, la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL) fue fundada en 1958 en respuesta a la necesidad de ingenieros del país en su región costera. Originalmente, ESPOL sólo educó a ingenieros navales, mecánicos y eléctricos. Hoy en día, sin embargo, aunque se ofrecen otras especialidades de carrera, el objetivo fundamental de ESPOL no ha cambiado: educar y capacitar a ingenieros, científicos y matemáticos en la costa ecuatoriana (ESPOL, s.f.).

Ecuador es un pequeño país situado en la costa noroeste del Pacífico de América del Sur, entre Perú y Colombia. Tiene 24 provincias y cerca de 16 millones de habitantes (INEC, 2010). Ecuador tiene un área de 283.561 kilómetros cuadrados y un Producto Interno Bruto per cápita de poco más de \$ 4,000. En 2012, el gobierno ecuatoriano invirtió más de \$ 3,2 billones en fondos educativos para los más de 4,4 millones de estudiantes (Web Data Macros, s.f. y Ministerio de Educación, 2011-12), con un gasto anual de \$ 829 por estudiante. Esto es significativamente menor que lo que Corea del Sur (\$ 6.723) o Estados Unidos (\$ 10,995) gastó en el mismo año por estudiante (Ferrerías, 2015).

En todos los países los niños y jóvenes según Piaget (1970) son curiosos, exploradores, ávidos por aprender y vivir nuevas experiencias. El programa “¡Ajá! Parque de la Ciencia” de la Escuela Superior Politécnica del Litoral busca retener y potenciar estas características a fin de desarrollar el perfil ideal del estudiante que deseamos recibir en nuestra institución. Estas aspiraciones se resumen en el siguiente estribillo: “Queremos **pensadores** de tiempo completo con imaginación, **curiosos**, solidarios, sensibles a las necesidades de su entorno, humildes y atrevidos que con **tenacidad** emprendan proyectos para vivir mejor y no se dobleguen ante las dificultades que van a encontrar”

Mientras que los graduados de secundaria (llamados bachilleres en Ecuador) que asisten a ESPOL representan a los mejores estudiantes de sus respectivas escuelas secundarias, los profesores de ciclo básico observamos que estos estudiantes tienen poca curiosidad, apenas desean cuestionar o innovar y carecen de espíritu crítico. Están acostumbrados a ser pasivos, observadores y repetidores de fórmulas y procedimientos. Tienen pocas habilidades de comunicación verbal o escrita. Presentan dificultades para explicar las razones que justifican sus algoritmos y están altamente orientados a obtener una respuesta correcta de manera rápida y sin reflexionar en lo que están haciendo. En general, las clases de Matemática de la mayoría de los colegios podrían clasificarse dentro de lo que Skovsmose (1999, pág. 234) describe: clases que se organizan a partir del planteamiento, la solución, la corrección y la discusión de ejercicios en torno a contenidos de la matemática pura o a lo mucho de semi-realidades.

Ya hace más de una década algunos profesores de ciclo básico de la ESPOL concebimos “¡Ajá! Parque de la Ciencia” como una iniciativa a fin de cultivar el espíritu crítico, investigador e innovador en nuestros estudiantes. Creemos que este tipo de jóvenes podrán convertirse en el motor de desarrollo de nuestra comunidad. Puesto en marcha desde el año 2006, busca fomentar en nuestros participantes el desarrollo de las características arriba enunciadas. Su componente más eficaz hasta la fecha lo constituye el vacacional denominado “Semillero de Futuros Científicos e Ingenieros”.

Este curso vacacional está dirigido a niños y jóvenes de entre los 5 a 14 años divididos en grupos etarios. Se desarrolla durante 5 semanas por 3 horas diarias y tiene como objetivo principal promover una actitud positiva hacia las ciencias naturales, las ingenierías, tecnologías y las matemáticas a través del juego y la experimentación mientras se cultiva el espíritu crítico e investigador de sus participantes. Cada día de la semana los participantes tienen la oportunidad de desarrollar actividades interesantes, curiosas y divertidas en cada uno de los siguientes campos: Matemáticas, Física, Química, Biología e Ingeniería. Hasta la fecha se han desarrollado 10 Semilleros, las clases han sido dirigidas por profesores de la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL) y por estudiantes politécnicos como ayudantes de las diferentes materias.

La construcción de los conceptos matemáticos

Las actividades de matemáticas de los diferentes grupos etarios en los semilleros fueron seleccionadas y construidas a partir de tres fuentes fundamentales: Stenmark (1987). et al, a través del libro de “Matemática para la familia”, el modelo de los vacacionales de Montoya (1996) en Lima-Perú y un listado de las dificultades más comunes de los bachilleres que inician las carreras de ingeniería en la ESPOL. Respecto a estas últimas en este mini-curso trabajaremos en las áreas de:

- a) Lógica y conjuntos: el juego con las cartas ¡aja! Estos naipes diseñados para el semillero permiten entrenar la mente en la identificación de características que permiten

agrupamientos. Así se trabajan proposiciones cuantificadas universalmente y su correspondiente negación como las operaciones entre conjuntos que surgen espontáneamente.

- b) Geometría: el juego con sólidos de revolución y observar su diferente comportamiento ante la fuerza gravitacional. Ante una problemática de elección del vaso de mayor capacidad se analizan las variables determinantes del volumen de un cilindro y las relaciones lineales o cuadráticas. Se finaliza con una referencia a un error común al reemplazar tuberías o mangueras de conducción de agua.
- c) Matemáticas discretas: la clasificación en par o impar usando cubetas de huevo. Luego se forman patrones en cubetas más grandes a fin de que decidan si la cantidad de bolas observadas es par o impar. Se construye la tabla de adición binaria y se extiende la aritmética modular a módulo 3 o 7 aplicando a los días de la semana.

Creemos que las matemáticas enseñadas en el contexto correcto es un excelente medio para desarrollar el perfil del estudiante deseado. ¿Por qué? Porque las matemáticas son el “arte de la explicación”. Esta definición no es cosecha mía, es de Lockart 2009 (pág. 5), algunas de cuyas frases cito a continuación:

Al concentrarse en el **qué**, y dejar el por **qué**, las matemáticas se reducen a un cascarón vacío...

El arte no está en la "verdad", sino en la explicación, en la argumentación...

Las matemáticas son el **arte de la explicación**...

Si usted niega a los estudiantes la oportunidad de participar en estas actividades: plantear sus propios problemas, hacer sus propias conjeturas y descubrimientos, equivocarse, a sentirse creativamente frustrado para tener una fuente de inspiración, y de improvisar sus propias explicaciones y pruebas, usted **les niega las matemáticas** en sí mismo...

Ya sea a nivel escolar, básico, superior e incluso para los formadores de profesores de matemáticas, se define frecuentemente la matemática como la herramienta que sirve para resolver problemas cuantitativos, resaltando lamentablemente tan solo el estereotipo del aspecto algorítmico y numérico. Deseamos entonces que nuestras sesiones de trabajo contribuyan a cambiar el paradigma de lo que es la matemática y disfrutar del proceso.

Metodología

¿Cómo diseñamos las sesiones de trabajo en los semilleros?

En las sesiones combinamos la teoría de constructivismo de Dewey (1938) y procuramos seguir el ciclo de aprendizaje de Kolb (1984):

- Experiencia concreta: entrada hacia la corteza del cerebro en la forma de ver, tocar, mover, tomar medidas, etc.
- Observación y reflexión: actividades predominantes del hemisferio derecho reforzadas mediante el uso de elementos del aprendizaje previo.
- Conceptualización abstracta: actividad del hemisferio izquierdo del cerebro, por ejemplo: encontrar el patrón de crecimiento de un conjunto de figuras.
- Experimentación en nuevas situaciones: induce la generalización y envuelve el motor del cerebro al igual que la corteza sensorial

El éxito obtenido en términos de atención, retención y cambio de actitud armoniza con la evidencia neurológica que establece que el aprendizaje profundo es una actividad del cerebro completo. De acuerdo con Boaler (2015) realizar verdadera matemática con los jóvenes consiste en:

- Promover la curiosidad y las preguntas.
- Permitir que los estudiantes observen detenidamente, jueguen y propongan explicaciones, las pongan a prueba e identifiquen patrones
- Establecer una verdadera cultura del aprendizaje, donde los estudiantes son recompensados por experimentar e intentar cosas. No por respuestas correctas, sino por tener ideas e intentar opciones con cada vez mejor significado.
- Crear un gran espacio para aprender de los errores.
- Presentar problemas interesantes y desafiantes que permitan desarrollar confianza y persistencia que los ayudará a lo largo de la vida. Eso demanda una enorme inversión de tiempo en la selección cuidadosa de problemas apropiados
- Dar retroalimentación específica, que oriente al estudiante hacia nuevas estrategias que le ayuden a ser mejor en matemáticas. Ser generosos en preguntas guiadoras y en mensajes alentadores. Queremos animar a los estudiantes a reflexionar sobre el propio razonamiento, que pueda aplicar su pensamiento al acto de pensar, que aprenda a conocer y autorregular los propios procesos mentales básicos.

El ejercicio del Semillero partió del principio de que los chicos deben ser impulsados a seguir su propio camino. El resultado es que todos, profesor y educandos, disfruten de aprender: aprender a enseñar y aprender a aprender. La metodología del semillero es la del trabajo participativo e interactivo. Con experimentos sencillos y con materiales al alcance de cualquier persona, los niños son incentivados a construir, a indagar, a hacerse preguntas y a contestarlas. Al inicio se proponen actividades con baja barrera de entrada (todos deben poder realizar las primeras actividades exitosamente) y techo muy alto (el nivel de abstracción y complejidad puede crecer tanto como el niño desee). Se busca así desarrollar su autoestima, su confianza en el éxito, su creatividad y su capacidad de plantear y resolver problemas. Se anima a los estudiantes a reflexionar sobre el propio razonamiento, que pueda aplicar su pensamiento al acto de pensar, que aprenda a conocer y autorregular los propios procesos mentales básicos.

Una componente básica para crear la cultura y el ambiente de aprendizaje deseado en nuestras sesiones es la difusión entre los participantes, ayudantes y profesores de los siguientes principios:

Para los niños:

1. Tú sí puedes cumplir con la misión que tienes en tus manos. Y no tengas temor en equivocarte. Todos nos equivocamos. Solamente cumplen con su misión los que avanzan y avanzan, corrigiendo los errores cada vez que los comenten.
2. No te preocupes por el tiempo; prueba, intenta y vuelve a probar. Lo importante es llegar a algún resultado. Nunca te desanimes, intenta y vuelve a probar.
3. De cuando en cuando detente, mira lo que has avanzado, analiza las opciones, lo que te falta, y vuelve a avanzar. Así todo el tiempo.

4. Pregunta todo lo que quieras. No hay preguntas malas; la única pregunta mala es la que no haces por vergüenza o por lo que sea. Quienes más preguntan terminan sabiendo más.
5. Todos tenemos defectos o ignoramos cosas; pero también cada uno de nosotros es listo en algo. Por tanto, no es prudente que te burles de nadie, y más bien lo que puedes hacer es ayudar a los demás a que encuentren en qué cosas son fuertes. Si lo haces, ayudarás a los demás y tú mismo ganarás con el descubrimiento.
6. Puedes llevarte la misión a casa. La vida solamente empieza.

Para los profesores:

1. **Los niños deben estar conscientes de que tú crees que ellos son capaces de lograr el éxito en las matemáticas.** - Permite que ellos te observen disfrutando de las actividades y gustando de las matemáticas
2. **Debes estar listo para hablar con los niños sobre las matemáticas y saber escuchar lo que ellos dicen.** - Pide al niño que te explique el significado de cada parte del problema
3. **Debes estar más interesado en los procesos envueltos en la práctica de la matemática que en la obtención de los resultados correctos.** - La contestación a un problema específico puede tener poca o mucha importancia, pero el conocer cómo llegar a la respuesta correcta es una destreza para toda la vida.
4. **Debes cuidarte de NO decir a los niños como resolver un problema.** - Si lo hacemos el proceso de pensar se suele detener, es mejor preguntar sobre el problema en particular y ayudarles a encontrar sus propios métodos para llegar a la solución.
5. **Debes practicar con los niños la estimación siempre que sea posible.** - Sirve para realizar el pensamiento precedente a la resolución de un problema y es uno de los recursos más útiles que podemos tener.
6. **Provee un lugar y ambiente especial para el estudio.** - Creen una atmósfera propicia a su estilo de aprendizaje. Nunca des muestras de que piensas que el niño es torpe. No hagas comentarios o comparaciones humillantes o desalentadoras.
7. **Estimula el estudio en grupo.** - El interactuar con los demás jóvenes cobrará una importancia especial a medida que los niños crezcan
8. **Espera que las tareas se completen regularmente.** - Procura mantener positivos tus comentarios sobre la tarea. Existe una alta correlación entre el éxito y el tiempo invertido trabajando en las tareas. No esperes que todas las tareas sean sencillas para el niño
9. **No insistas en la práctica rutinaria de ejercicios matemáticos.** - Evita el ambiente hostil con plazos o castigos
10. **Modela la persistencia y el disfrute.** - Incluye actividades recreativas en la rutina diaria. Identificar ideas matemáticas en los más diversos ámbitos de la vida del niño.

Resultados

Durante estos diez años cerca de 500 niños y jóvenes han recibido la instrucción brindada en los Semilleros de Futuros Científicos e Ingenieros, un número relativamente grande, lo que nos llevó en el año 2014 a solicitar un estudio de mercado, para analizar el impacto que este

programa de educación no formal ha tenido en la actitud de los niños, en los padres de familia y en los ayudantes de las distintas materias trabajadas en este programa.

La metodología usada para el levantamiento de la Información fue mediante un censo telefónico; la recolección de datos se realizó usando un formulario estructurado con preguntas abiertas y cerradas pre-codificadas. Se tuvieron 242 casos analizados. Las estadísticas de esta investigación de mercado han arrojado datos muy interesantes: el 100% de los niños y padres encuestados recomiendan la experiencia de los semilleros ya que para ellos ha sido muy valiosa. El 100% de los niños asistían gustosos y el 96% de los niños recuerdan vívidamente los experimentos realizados, como el de los cilindros en matemáticas.

Como profesores debemos alterar la trayectoria de los alumnos que no han tenido experiencias motivadoras, y proporcionarles el más rico y desafiante entorno posible. Necesitamos profesores aficionados por el aprendizaje de por vida, que disfruten del **¿por qué?**, que no estén abrumados por completar el mega-curriculum impuesto cual camisa de fuerza, que estén interesados en provocar el crecimiento mental de sus estudiantes mediante el disfrute del logro intelectual. El “sentido del logro” o gozar de “un gol intelectual” es el mejor inductor de la afición al aprendizaje de por vida.

Nuestros estudiantes necesitan: **conciencia** (de cuantas puertas se abren al desarrollar el pensamiento crítico, cuantitativo y abstracto), **confianza** (de poder lograrlo, de que no hay “genes” especiales que no posea, pues esto determina su actitud hacia los desafíos) y **estímulo** (ofrecer un ambiente provocador y libre para ensayar, equivocarse y argumentar).

En la ESPOL hemos tomando la iniciativa, hemos ensayado esta propuesta y tenemos alentadores resultados que podemos compartir más extensamente con padres, maestros o jóvenes interesados. Los invitamos a contactarnos y construir juntos los cambios en la educación matemática que nuestra comunidad demanda como condición indispensable para su desarrollo científico y tecnológico.



Figura 1. Fotos de los niños en las actividades de matemáticas durante semilleros

Referencias y Bibliografía

- Amanta Data Research. (2014). *Informe Final de Empresa de Investigación de Mercado para Ajá! Parque de la Ciencia*. Guayaquil, Ecuador:
- Boaler, J. (2015). *How to Learn Math*. Stanford masive online course.
- Dewey, J. (1938). *Experience and Education*. New York, NY: Collier Books.
- ESPOL – Escuela Superior Politécnica del Litoral (s.f). *Historia de la ESPOL* (website timeline). Available at: <http://www.espol.edu.ec/es/nosotros/historia-de-la-espol>
- Ferreras, A., Kessel, C., & Kim, M.H. (2015). *Mathematics Curriculum, Teacher Professionalism, and Supporting Policies in Korea and the United States: Summary of a Workshop*. National Academies of Science, Engineering, & Medicine. Washington, D.C. National 4 Academies Press. Available at: www.nap.com
- Kolb, D. (1984). *Experiential learning: Experience as the source of learning and development*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
- Lockhart, P. (2009). *A mathematician's lament*. New York, NY: Bellevue Literary Press.
- Martinez, M. (2014). *Cambiar la Educación en Matemáticas: Menos como y más porque ESPOL-Revista Institucional Focus, 64, 32-33*. Recuperado de: https://issuu.com/focusespol/docs/focus_edici_n_64
- Ministerio de Educación Del Ecuador (2011-12). *Ecuador: Indicadores Educativos (Data file), p. 14*. Recuperado de: www.educacion.gob.ec
- Montoya Modesto (1996), *Física para todos*. Ediciones CEPRECYT, Lima, Peru.
- Piaget J (1970), *Piaget's Theory*. En Mussen ,P.H: (Ed): Carmichael's Manual of Child Psychology, John Wiley and Sons, Inc. New York.
- Pawelek, J. G. (s.f.). *El aprendizaje experiencial*. Recuperado de: http://www.ecominga.uqam.ca/PDF/BIBLIOGRAPHIE/GUIDE_LECTURE_5/1/3.Gomez_Pawelek.pdf
- Stenmark J.,Thompson V, Cossey R (1987), *Family Math*, Lawrence Hall of Science, University of California
- Skovsmose O. (1999), *Hacia una filosofía de la educación matemática critica*, Una empresa docente, Universidad de los Andes Bogotá
- Web Datos Macro. (s.f.). *Expansión gasto público educación*. Recuperado de: <http://www.datosmacro.com/estado/gasto/educacion/ecuador>